

P03**1-1 乘法公式**配分說明： = 暖身題 + 基礎題； = 暖身題 + 基礎題 + 精熟題**暖身題**

①

分配律： $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

計算 21×32 的值。 每格 4 分，共 8 分 每格 3 分，共 6 分

解 $21 \times 32 = (20+1)(30+2)$

$$= 20 \times 30 + 20 \times \underline{2} + 1 \times 30 + 1 \times 2 = \underline{672}$$

② 和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 計算 203^2 的值。 每格 4 分，共 8 分 每格 3 分，共 6 分

解 $203^2 = (200+3)^2$

$$= 200^2 + 2 \times 200 \times \underline{3} + 3^2 = \underline{41209}$$

③ 差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 計算 198^2 的值。 每格 4 分，共 8 分 每格 3 分，共 6 分

解 $198^2 = (200-2)^2$

$$= 200^2 - 2 \times \underline{200} \times 2 + 2^2 = \underline{39204}$$

④ 平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

計算下列各式的值：

 每格 4 分，共 16 分 每格 3 分，共 12 分

(1) $52 \times 48 = (50+2)(50-2)$

$$= 50^2 - \underline{2^2} = \underline{2496}$$

(2) $174^2 - 74^2 = (174+74)(174-\underline{74})$

$$= 248 \times 100 = \underline{24800}$$

P04**基礎題**

- ① 利用 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ ，計算 300.5×100.5 的值，並以計算機檢驗答案是否正確。

6分 5分 課 P10 例 1

$$\begin{aligned}
 300.5 \times 100.5 &= (300 + 0.5)(100 + 0.5) \\
 &= 300 \times 100 + 300 \times 0.5 + 0.5 \times 100 + 0.5 \times 0.5 \\
 &= 30000 + 150 + 50 + 0.25 \\
 &= 30200.25
 \end{aligned}$$

每題 6 分，共 12 分 每題 5 分，共 10 分 課 P12 隨堂

- ② 利用和的平方公式，完成下列各式的計算：

$$(1) \left(40\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(40 + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 40^2 + 2 \times 40 \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 1600 + 40 + \frac{1}{4}$$

$$= 1640\frac{1}{4}$$

$$(2) 192^2 + 2 \times 192 \times 8 + 8^2$$

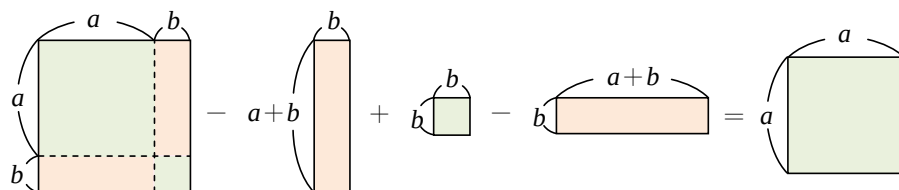
$$= (192 + 8)^2$$

$$= 200^2$$

$$= 40000$$

6分 5分 課 P13 課文

- ③ (A) 下列圖形面積的變化，整理後可用哪一個式子表示？



$$(A) (a+b)^2 - 2 \cdot (a+b) \cdot b + b^2 = a^2$$

$$(B) (a-b)^2 + 2 \cdot (a+b) \cdot b + b^2 = a^2$$

$$(C) (a+b)^2 + 2 \cdot (a+b) \cdot b - b^2 = a^2$$

$$(D) (a-b)^2 - 2 \cdot (a+b) \cdot b - b^2 = a^2$$

P05

每題 6 分，共 12 分 每題 5 分，共 10 分 課 P14 隨堂

- ④ 利用差的平方公式，完成下列各式的計算：

(1) 295^2

$= (300 - 5)^2$

$= 300^2 - 2 \times 300 \times 5 + 5^2$

$= 90000 - 3000 + 25$

$= 87025$

(2) $503^2 - 2 \times 503 \times 3 + 3^2$

$= (503 - 3)^2$

$= 500^2$

$= 250000$

每題 6 分，共 12 分 每題 5 分，共 10 分

- ⑤ 利用平方差公式，完成下列各式的計算，並以計算機檢驗答案是否正確。



(1) 497×503

課 P16 隨堂

$= (500 - 3)(500 + 3)$

$= 500^2 - 3^2$

$= 250000 - 9$

$= 249991$

(2) $(28.5)^2 - (21.5)^2$

課 P17 例 5

$= (28.5 + 21.5)(28.5 - 21.5)$

$= 50 \times 7$

$= 350$

每題 6 分，共 12 分 每題 5 分，共 10 分

- ⑥ 利用平方差公式，完成下列各式的計算：

(1) $25\frac{1}{3} \times 24\frac{2}{3}$

課 P16 隨堂

$= (25 + \frac{1}{3})(25 - \frac{1}{3})$

$= 25^2 - (\frac{1}{3})^2$

$= 625 - \frac{1}{9}$

$= 624\frac{8}{9}$

(2) $1997^2 - 3^2$

課 P17 隨堂

$= (1997 + 3)(1997 - 3)$

$= 2000 \times 1994$

$= 3988000$

1-2 多項式的加減

暖身題

- ① 將一個多項式的各項依文字符號的次數由高到低排列，這種排列方式稱為降幂排列；若次數由低到高排列，稱為升幂排列。

將下列各小題依降幂或升幂排列：

每題 2 分，共 4 分

每題 2 分，共 4 分

(1) $x + 3x^2 - 2$ 的降幂排列為 $3x^2 + x - 2$ 。

(2) $-4x^2 + 5 - x$ 的升幂排列為 $5 - x - 4x^2$ 。

- ② 多項式中，文字符號相同，且該文字符號的指數也相同，稱為同類項，而所有常數項都屬於同類項。

化簡 $3x - 2 + 4x + 7$ 。

每格 2 分，共 6 分

每格 2 分，共 6 分

解 在 $3x - 2 + 4x + 7$ 中，

$3x$ 與 $4x$ 為同類項，

-2 與 7 為同類項，

$$3x - 2 + 4x + 7 = (3x + 4x) + (-2 + 7)$$

$$= \underline{7x + 5}$$

① 下列多項式各是幾次多項式，各項的係數為何？

(1) $-5x^2 - 3x + 1$ 是 二 次多項式，其中：

二次項的係數是 -5 ；

一次項的係數是 -3 ；

常數項是 1 。

(2) $\frac{3}{2}x^2 - 4$ 是 二 次多項式，其中：

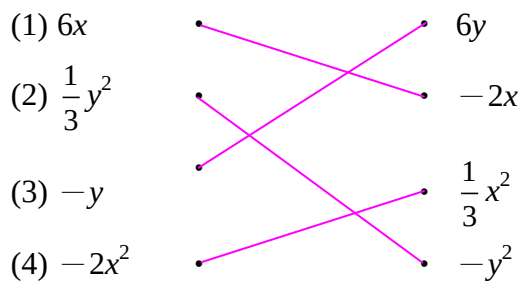
二次項的係數是 $\frac{3}{2}$ ；

一次項的係數是 0 ；

常數項是 -4 。

(3) $-x^3$ 是 三 次多項式，其中三次項的係數是 -1 。

② 連連看，將左邊與右邊的同類項連起來：



P09

③ 計算下列各式： 每題 6 分，共 12 分 每題 5 分，共 10 分 課 P25、27 例 1、3

(1)

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 4x + 8 \\ +) -3x^2 + 7x + 9 \\ \hline -x^2 + 11x + 17 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 6x + 1 \\ -) -x^2 + 2x - 4 \\ \hline 4x^2 - 8x + 5 \end{array}$$

每題 8 分，共 32 分 每題 6 分，共 24 分

④ 計算下列各式，並將結果依降冪排列：

(1) $(5x^2 + 2x + 9) + (3x^2 + 7x + 2)$ (2) $(4x^2 - 2x) + (5 - 6x + 9x^2)$

課 P25 隨堂

課 P26 例 2

$$\begin{aligned} &= 5x^2 + 2x + 9 + 3x^2 + 7x + 2 \\ &= (5x^2 + 3x^2) + (2x + 7x) \\ &\quad + (9 + 2) \\ &= 8x^2 + 9x + 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 4x^2 - 2x + 5 - 6x + 9x^2 \\ &= (4x^2 + 9x^2) + (-2x - 6x) + 5 \\ &= 13x^2 - 8x + 5 \end{aligned}$$

(3) $-(y^2 - 3) + (2y^2 - 5y + 6)$ (4) $(3x^2 - 9x + 5) - (-5x^2 + 2x - 8)$

課 P26 例 2

課 P27 隨堂

$$\begin{aligned} &= -y^2 + 3 + 2y^2 - 5y + 6 \\ &= (-y^2 + 2y^2) - 5y + (3 + 6) \\ &= y^2 - 5y + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 3x^2 - 9x + 5 + 5x^2 - 2x + 8 \\ &= (3x^2 + 5x^2) + (-9x - 2x) \\ &\quad + (5 + 8) \\ &= 8x^2 - 11x + 13 \end{aligned}$$

1-3 多項式的乘除

暖身題

- ① 進行單項式的乘法時，單項式乘以單項式可以利用交換律、結合律與指數律運算。

計算下列各式：

每題 2 分，共 4 分 每題 2 分，共 4 分

$$(1) (-3x) \cdot 9x = (-3) \cdot 9 \cdot x \cdot x = \underline{-27x^2}$$

$$(2) (4x)^2 = (4x) \cdot (4x) = \underline{16x^2}$$

- ② 進行多項式的除法時，多項式除以多項式，先做降冪排列，再用直式進行除法運算。

以下是 $(8x^2 + 6x + 1) \div (2x)$ 的直式除法，回答下列問題：

每格 2 分，共 4 分 每格 2 分，共 4 分

解

$$\begin{array}{r} 4x + \square \\ 2x \overline{) 8x^2 + 6x + 1} \\ \underline{8x^2} \\ + 6x \\ \underline{+ 6x} \\ \triangle \end{array}$$

$$\square = \underline{3}, \triangle = \underline{1}。$$

- ③ 被除式 = 除式 $\times$ 商式 + 餘式

每格 2 分，共 4 分 每格 2 分，共 4 分

已知多項式 A 除以 $x - 3$ 得商式為 $3x + 10$ ，餘式為 25，求多項式 A 。

解 因為 $A \div (x - 3)$ 得商式為 $3x + 10$ ，餘式為 25，

$$\text{故 } A = (x - 3) \times (3x + 10) + \underline{25}$$

$$= 3x^2 + 10x - 9x - 30 + 25$$

$$= \underline{3x^2 + x - 5}。$$

P12**基礎題**

每題 4 分，共 8 分 每題 3 分，共 6 分 課 P33 例 1

★ ① 在下列各空格中，填入乘開後的式子：

類 106 會考第 3 題

(1) $3x(5x-8) = \underline{15x^2-24x}$

(2) $(-2x+3) \cdot (-6x) = \underline{12x^2-18x}$

② 計算下列各式： 每題 6 分，共 24 分 每題 4 分，共 16 分 課 P 34 例 2、3

$$\begin{aligned} (1) (3x+4)(2x+9) \\ &= 6x^2 + 27x + 8x + 36 \\ &= 6x^2 + 35x + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (-4x+2)(3x-7) \\ &= -12x^2 + 28x + 6x - 14 \\ &= -12x^2 + 34x - 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (x^2-1)(x+2) \\ &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (x-3)(x^2+3x+9) \\ &= x^3 + 3x^2 + 9x - 3x^2 - 9x - 27 \\ &= x^3 - 27 \end{aligned}$$

每題 6 分，共 24 分 每題 4 分，共 16 分 課 P35 例 4

③ 利用乘法公式，計算下列各式：

$$\begin{aligned} (1) (3x+7)^2 \\ &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 7 + 7^2 \\ &= 9x^2 + 42x + 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (4x-5)^2 \\ &= (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 16x^2 - 40x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \left(\frac{3}{2}x+6\right)\left(\frac{3}{2}x-6\right) \\ &= \left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 6^2 \\ &= \frac{9}{4}x^2 - 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (-2+5x)(-2-5x) \\ &= (-2)^2 - (5x)^2 \\ &= 4 - 25x^2 \end{aligned}$$

P13

每題 4 分，共 8 分 每題 3 分，共 6 分 課 P37 例 6

- ④ 在下列各空格中，填入適當的多項式：

$$(1) 6x \cdot \underline{8x} = 48x^2$$

$$(2) (25x^2) \div (4x) = \underline{\frac{25}{4}x}$$

- ⑤ 求下列各式的商式與餘式：

每題 6 分，共 24 分 每題 5 分，共 20 分

$$(1) (2x^2 - 3x - 5) \div (2x)$$

課 P39 例 7

$$\begin{array}{r} x - \frac{3}{2} \\ 2x \overline{) 2x^2 - 3x - 5} \\ \underline{2x^2} \\ -3x \\ \underline{-3x} \\ -5 \end{array}$$

商式為 $x - \frac{3}{2}$ ，餘式為 -5 。

$$(2) (5x^2 - 4x + 3) \div (x + 2)$$

課 P40 例 8

$$\begin{array}{r} 5x - 14 \\ x + 2 \overline{) 5x^2 - 4x + 3} \\ \underline{5x^2 + 10x} \\ -14x + 3 \\ \underline{-14x - 28} \\ 31 \end{array}$$

商式為 $5x - 14$ ，餘式為 31 。

$$(3) (6x^2 - 4x + 7) \div (-2x + 1)$$

課 P41 例 9

$$\begin{array}{r} -3x + \frac{1}{2} \\ -2x + 1 \overline{) 6x^2 - 4x + 7} \\ \underline{6x^2 - 3x} \\ -x + 7 \\ \underline{-x + \frac{1}{2}} \\ 6\frac{1}{2} \end{array}$$

商式為 $-3x + \frac{1}{2}$ ，餘式為 $6\frac{1}{2}$ 。

$$(4) (9x^2 + 1) \div (3x + 1)$$

課 P42 例 10

$$\begin{array}{r} 3x - 1 \\ 3x + 1 \overline{) 9x^2 + 0x + 1} \\ \underline{9x^2 + 3x} \\ -3x + 1 \\ \underline{-3x - 1} \\ 2 \end{array}$$

商式為 $3x - 1$ ，餘式為 2 。

第 1 章總習題

配分說明：
 = 核心概念題 + 綜合演練；
 = 核心概念題 + 綜合演練 + 數學閱讀

核心概念題

每題 2 分，共 12 分 每題 2 分，共 12 分

- ① 下列敘述如果正確打「○」，不正確打「×」：
- (○) (1) $35^2 + 70 \times 15 + 15^2 = (35 + 15)^2$ 。
 (×) (2) $50^2 - 50 \times 35 + 35^2 = (50 - 35)^2$ 。 (2) $(50 - 35)^2 = 50^2 - 100 \times 35 + 35^2$ 。
 (○) (3) $5x^4 - 9$ 是 x 的四次多項式。
 (○) (4) -9 是零次多項式。
 (○) (5) $2x \cdot 3x$ 可化簡為 $6x^2$ 。
 (×) (6) $5x^2 - 3x$ 可化簡為 $2x$ 。 (6) $5x^2$ 與 $3x$ 不是同類項。
- ② (C) 若 a 、 b 為常數，且 $ax^2 + bx + 5$ 為 x 的一次多項式，則下列敘述何者正確？ 2 分 2 分
- (A) $a \neq 0, b \neq 0$ (B) $a \neq 0, b = 0$
 (C) $a = 0, b \neq 0$ (D) $a = 0, b = 0$

每題 4 分，共 12 分 每題 2 分，共 6 分

- ③ 連連看，將左邊與右邊相等的式子連起來：

- | | | |
|------------------|---|----------------------|
| (甲) $(x+3)(x-3)$ | • | (A) $x^2 + 9$ |
| (乙) $(2x+3)^2$ | • | (B) $x^2 - 9$ |
| (丙) $(x-3)^2$ | • | (C) $2x^2 + 6x + 9$ |
| | • | (D) $4x^2 + 12x + 9$ |
| | • | (E) $x^2 - 6x - 9$ |
| | • | (F) $x^2 - 6x + 9$ |

綜合演練

- ① (A) 小明與小華想要利用公式算出 995^2 的值，兩人的做法如下：4分 3分

小明： $995^2 = (1000 - 5)^2$

$$= 1000^2 - 2 \times 1000 \times 5 + 5^2$$

小華： $995^2 = 995^2 - 5^2 + 5^2$

$$= (995 + 5)(995 - 5) + 5^2$$

如果小明與小華接下來的計算都沒有錯誤，則下列敘述何者正確？

- (A)兩人的做法都對 (B)只有小明做對
(C)只有小華做對 (D)兩人都不對
- ② (B) 若 A 為 x 的二次多項式， B 為 x 的一次多項式，則 $A+B$ 為 x 的幾次多項式？4分 3分
(A)三次 (B)二次 (C)一次 (D)零次
- ③ (A) 若 A 為 x 的二次多項式， B 為 x 的一次多項式，則 $A \times B$ 為 x 的幾次多項式？4分 3分
(A)三次 (B)二次 (C)一次 (D)不一定
- ④ (C) 若 A 為 x 的二次多項式， B 為 x 的一次多項式，且 $A \div B$ 的餘式不為 0，則 $A \div B$ 的餘式次數是幾次？4分 3分
(A)二次 (B)一次 (C)零次 (D)不一定

- 5 已知 A 為一個多項式，且 $A - (2x^2 - 3x + 5) = 3x^2 + 9x - 8$ ，求多項式 A 。

$$\begin{aligned} A - (2x^2 - 3x + 5) &= 3x^2 + 9x - 8 \\ A &= (3x^2 + 9x - 8) + (2x^2 - 3x + 5) \\ &= 3x^2 + 9x - 8 + 2x^2 - 3x + 5 \\ &= (3x^2 + 2x^2) + (9x - 3x) + (-8 + 5) \\ &= 5x^2 + 6x - 3 \end{aligned}$$

答： $5x^2 + 6x - 3$ 。

- 6 計算下列各式： 每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

$$\begin{aligned} (1) \quad &(-5x^2 - 3x + 2) + (2x - 3)(2x + 3) \\ &= (-5x^2 - 3x + 2) + [(2x)^2 - 3^2] \\ &= (-5x^2 - 3x + 2) + (4x^2 - 9) \\ &= -5x^2 - 3x + 2 + 4x^2 - 9 \\ &= (-5x^2 + 4x^2) - 3x + (2 - 9) \\ &= -x^2 - 3x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad &(2x - 5)^2 - (2x^2 - 3x + 6) \\ &= (4x^2 - 20x + 25) - (2x^2 - 3x + 6) \\ &= 4x^2 - 20x + 25 - 2x^2 + 3x - 6 \\ &= (4x^2 - 2x^2) + (-20x + 3x) + (25 - 6) \\ &= 2x^2 - 17x + 19 \end{aligned}$$

- 7 求下列各式的商式及餘式： 每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

(1) $(x^2 - 3x + 5) \div (x - 1)$

$$\begin{array}{r} x - 2 \\ x-1 \overline{) x^2 - 3x + 5} \\ \underline{x^2 - x} \\ -2x + 5 \\ \underline{-2x + 2} \\ 3 \end{array}$$

商式為 $x - 2$ ，餘式為 3。

(2) $(3x^2 - 2x + 1) \div (x - 2)$

$$\begin{array}{r} 3x + 4 \\ x-2 \overline{) 3x^2 - 2x + 1} \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ 4x + 1 \\ \underline{4x - 8} \\ 9 \end{array}$$

商式為 $3x + 4$ ，餘式為 9。

P18

每題 6 分，共 12 分 每題 5 分，共 10 分

- 8 如圖，有一張大正方形紙板，邊長為 68 公分，

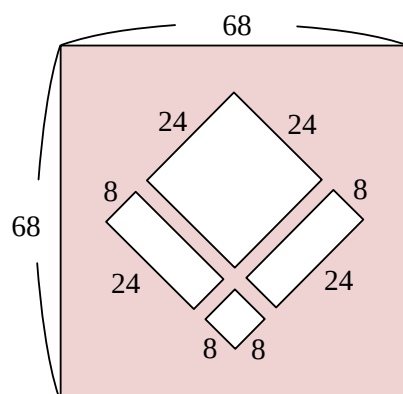
裡面裁去 2 個正方形和 2 個長方形，求：

(1) 圖中裁去的四個圖形面積共多少平方公分？

(2) 剩下的面積是多少平方公分？

$$\begin{aligned} (1) \quad & 24^2 + 2 \times 24 \times 8 + 8^2 = (24 + 8)^2 \\ & = 32^2 \\ & = 1024 \text{ (平方公分)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 68^2 - 32^2 = (68 + 32)(68 - 32) \\ & = 100 \times 36 \\ & = 3600 \text{ (平方公分)} \end{aligned}$$



(長度單位：公分)

答：(1) 1024平方公分 (2) 3600平方公分。

- 9 計算下列各式： 每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x+1)^2 (x-1)^2 \\ & = [(x+1)(x-1)]^2 \\ & = (x^2 - 1)^2 \\ & = x^4 - 2x^2 + 1 \\ (2) \quad & (x+5)^2 - (x-5)^2 \\ & = (x^2 + 10x + 25) - (x^2 - 10x + 25) \\ & = x^2 + 10x + 25 - x^2 + 10x - 25 \\ & = (x^2 - x^2) + (10x + 10x) + (25 - 25) \\ & = 20x \end{aligned}$$

10 分 8 分 類 104 會考第 6 題

- ★10 計算多項式 $3(4x-5)^2 + 2$ 除以 $4x-5$ 後，所得之商式與餘式為何？

$$\begin{aligned} & 3(4x-5)^2 + 2 \\ & = 3(16x^2 - 40x + 25) + 2 \\ & = 48x^2 - 120x + 77 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 12x - 15 \\ 4x - 5 \overline{) 48x^2 - 120x + 77} \\ \underline{48x^2 - 60x} \\ -60x + 77 \\ \underline{-60x + 75} \\ 2 \end{array}$$

答：商式為 $12x - 15$ ，餘式為 2。

2-1 二次方根的意義

配分說明： = 暖身題 + 基礎題；

 = 暖身題 + 基礎題 + 精熟題

暖身題

- ① 正方形面積為 a 時，其邊長記為 $\sqrt{a}$ 。

在下列空格填入適當答案： 每題 2 分，共 4 分  每題 2 分，共 4 分

(1) 正方形面積為 7 時，其邊長記為 $\sqrt{7}$ 。

(2) 正方形面積為 13 時，其邊長記為 $\sqrt{13}$ 。

- ② (1) 若 $a > 0$ ，則 $(\sqrt{a})^2 = a$ 。

(2) 若 $a > 0$ ，則 $\sqrt{a^2} = a$ 。

在下列空格填入适当答案： 每題 2 分，共 4 分  每題 2 分，共 4 分

(1) $(\sqrt{5})^2 =$ 5。

(2) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} =$ 4。

- ③ 若 a 、 b 為正數，且 $a > b$ ，則 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 。

因為 $\sqrt{9} = 3$ ，所以 $\sqrt{8}$ < 3。(填 >、= 或 <)  2 分  2 分

- ④ 每一個正數 a 都有兩個平方根，分別為 $\sqrt{a}$ 和 $-\sqrt{a}$ ，且這兩個平方根互為相反數。

已知正數 23 有兩個平方根，分別是 $\sqrt{23}$ 與 $-\sqrt{23}$ ，合併記為

$\pm\sqrt{23}$ 。
 每格 2 分，共 6 分  每格 2 分，共 6 分

P21**基礎題**

每題 3 分，共 9 分 每題 2 分，共 6 分 課 P58 例 2

① 比較下列各數的大小，並將 $>$ 、 $=$ 或 $<$ 填入下列空格中：

(1) $\sqrt{150}$ $>$ 12 (2) $-\sqrt{50}$ $<$ -7 (3) $\sqrt{0.01}$ $>$ 0.01

② 求下列各數的值： 每題 4 分，共 16 分 每題 3 分，共 12 分 課 P60 例 3

(1) $\sqrt{0.49} =$ 0.7

(2) $\sqrt{\frac{196}{225}} =$ $\frac{14}{15}$

(3) $(-\sqrt{7})^2 =$ 7

(4) $\sqrt{(-4)^2} =$ 4

③ 利用質因數分解，化簡 $\sqrt{30.25}$ 。 6 分 6 分

課 P62 例 4

$$\begin{aligned}\sqrt{30.25} &= \sqrt{\frac{3025}{100}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 11^2}{2^2 \times 5^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5 \times 11}{2 \times 5}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2} \\ &= \frac{11}{2} = 5.5\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 3025} \\ 5 \overline{) 605} \\ 11 \overline{) 121} \\ 11 \end{array}$$

每格 3 分，共 18 分 每格 2 分，共 12 分 課 P65 例 5

④ 以十分逼近法，將 $\sqrt{15}$ 的近似值以四捨五入法取到小數點後第一位。

(1) 已知 $1^2=1$ ， $2^2=4$ ， $3^2=9$ ， $4^2=16$ ， $5^2=25$ ， $6^2=36$ ，

所以 3 $< \sqrt{15} <$ 4。(兩連續整數)

(2) 已知 $(3.1)^2=9.61$ ， $(3.2)^2=10.24$ ， $(3.3)^2=10.89$ ，

$(3.4)^2=11.56$ ， $(3.5)^2=12.25$ ， $(3.6)^2=12.96$ ，

$(3.7)^2=13.69$ ， $(3.8)^2=14.44$ ， $(3.9)^2=15.21$ ，

所以 3.8 $< \sqrt{15} <$ 3.9。(小數點後第一位)

(3) 已知 $(3.85)^2=14.8225$ ，

所以 $\sqrt{15}$ $>$ 3.85 (填 $>$ 、 $=$ 或 $<$)

(4) $\sqrt{15}$ 的近似值為 3.9。(以四捨五入法取到小數點後第一位)

P22

- ⑤ 利用計算機按出下列各數的值或近似值。（若該值為近似值，則以四捨五入法取到小數點後第一位）每題 2 分，共 4 分每題 1 分，共 2 分 課 P66 隨堂



(1) $\sqrt{1369} = \underline{37}$

(2) $\sqrt{500} \div \underline{22.4}$

- ⑥ 求下列各數的平方根：每題 5 分，共 20 分每題 4 分，共 16 分 課 P68 例 6

(1) 289

289 的平方根為

$$\begin{aligned}\pm\sqrt{289} &= \pm\sqrt{17^2} \\ &= \pm 17\end{aligned}$$

(2) 1024

1024 的平方根為

$$\begin{aligned}\pm\sqrt{1024} &= \pm\sqrt{32^2} \\ &= \pm 32\end{aligned}$$

(3) 0.64

0.64 的平方根為

$$\begin{aligned}\pm\sqrt{0.64} &= \pm\sqrt{(0.8)^2} \\ &= \pm 0.8\end{aligned}$$

(4) $1\frac{25}{144}$

$1\frac{25}{144}$ 平方根為

$$\begin{aligned}\pm\sqrt{1\frac{25}{144}} &= \pm\sqrt{\frac{169}{144}} \\ &= \pm\sqrt{\left(\frac{13}{12}\right)^2} = \pm\frac{13}{12}\end{aligned}$$

- ⑦ 若 $2x+5$ 的負平方根是 -1 ，求 x 的值。5 分5 分

課 P69 例 7

$$2x+5 = (-1)^2$$

$$2x+5 = 1$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

- ⑧ 求 $\sqrt{(-8)^2} - \sqrt{7^2} + (\sqrt{81})^2$ 的值。6 分5 分

$$\sqrt{(-8)^2} - \sqrt{7^2} + (\sqrt{81})^2$$

$$= 8 - 7 + 81$$

$$= 82$$

2-2 根式的運算

暖身題

① 根式的乘、除法運算：

(1) 若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 。

(2) 若 $a \geq 0, b > 0$ ，則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a \div b}$ 。

計算下列各式：

每題 2 分，共 4 分 每題 1 分，共 2 分

(1) $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \underline{\sqrt{35}}$ 。

(2) $\sqrt{12} \div \sqrt{2} = \underline{\sqrt{6}}$ 。

② $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 化為最簡根式後，如果根號內的數相同，則 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 稱為同類方根。根式做加減運算時，同類方根要合併；不是同類方根就無法合併。

計算 $\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$ ，並化為最簡根式： 每格 2 分，共 4 分 每格 1 分，共 2 分

解 因為 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，所以 $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} = \underline{2\sqrt{3}} + 5\sqrt{3} = \underline{7\sqrt{3}}$ 。

③ $a > 0$ ，化簡分母為 $\sqrt{a}$ 的根式時，可以將分母、分子同乘以 $\sqrt{a}$ 。

計算下列各式，並在 $\square$ 中填入適當的數： 每格 2 分，共 8 分 每格 1 分，共 4 分

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\square 3}$ 。

(2) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \square \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \square \sqrt{5}} = \frac{\square \sqrt{5}}{5}$ 。

P25**基礎題**

- ① 將下列各式化為最簡根式： 每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分 課 P78 例 4

(1) $\sqrt{3^5 \times 5^3}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{3^2 \times 3^2 \times 3 \times 5^2 \times 5} \\ &= 3 \times 3 \times 5 \times \sqrt{3 \times 5} \\ &= 45\sqrt{15} \end{aligned}$$

(2) $\sqrt{252}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ \underline{2} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

- ② 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： 課 P80 例 5

(1) $\frac{2}{\sqrt{98}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{7\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{7\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{14} = \frac{\sqrt{2}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 98} \\ \underline{2} \\ 49 \\ \underline{49} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\sqrt{\frac{2}{15}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} = \frac{\sqrt{30}}{15} \end{aligned}$$

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

- ③ 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： 課 P81 例 6

(1) $\sqrt{90} \times \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{90 \times 2} \\ &= \sqrt{180} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180} \\ \underline{2} \\ 80 \\ \underline{60} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\sqrt{30} \div \sqrt{45}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{30}{45}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

- ④ 若一個長方體的體積為 $\sqrt{21}$ 立方公分，其長為 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ 公分，寬為 $\sqrt{\frac{14}{25}}$ 公分，

求此長方體的高。（答案以最簡根式表示）

6 分 5 分 課 P81 例 6

長方體的體積 = 長 × 寬 × 高

$$\text{長} \times \text{寬} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{5}{2} \times \frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{7}{5}}$$

長方體的高 = 長方體的體積 ÷ (長 × 寬)

$$= \sqrt{21} \div \sqrt{\frac{7}{5}} = \sqrt{21 \times \frac{5}{7}} = \sqrt{15} \text{ (公分)}$$

答： $\sqrt{15}$ 公分。

P26

每題 4 分，共 12 分 每題 3 分，共 9 分 課 P82 例 7

- 5 已知 $\sqrt{12} \approx 3.464$ 。利用根式的運算規則，計算下列各數的近似值：

(1) $\sqrt{1200}$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{12 \times 100} \\
 &= \sqrt{12 \times 10^2} \\
 &= 10\sqrt{12} \\
 &\approx 10 \times 3.464 \\
 &= 34.64
 \end{aligned}$$

(2) $\sqrt{0.12}$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{12 \div 100} \\
 &= \sqrt{\frac{12}{10^2}} \\
 &= \frac{\sqrt{12}}{10} \\
 &\approx \frac{3.464}{10} \\
 &= 0.3464
 \end{aligned}$$

(3) $\sqrt{48}$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{2^2 \times 12} \\
 &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{12} \\
 &= 2\sqrt{12} \\
 &\approx 2 \times 3.464 \\
 &= 6.928
 \end{aligned}$$

每題 6 分，共 36 分 每題 4 分，共 24 分

- 6 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{18} - 5\sqrt{3} + \sqrt{12}$

課 P84 例 9

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{2 \times 3^2} - 5\sqrt{3} + \sqrt{2^2 \times 3} \\
 &= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\
 &= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

(2) $\sqrt{2} (\sqrt{10} - \sqrt{3})$

課 P85 例 10

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{20} - \sqrt{6} \\
 &= \sqrt{2^2 \times 5} - \sqrt{6} \\
 &= 2\sqrt{5} - \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

(3) $(-\sqrt{\frac{1}{7}}) \times \sqrt{28} \div (-\sqrt{3})$

課 P86 例 11

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{1}{7} \times 28 \div 3} = \sqrt{\frac{1}{7} \times 28 \times \frac{1}{3}} \\
 &= \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

(4) $(\sqrt{6} + 3\sqrt{2})^2$

課 P87 例 12

$$\begin{aligned}
 &= (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 \\
 &= 6 + 6\sqrt{12} + 18 \\
 &= 24 + 6\sqrt{2^2 \times 3} \\
 &= 24 + 12\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

(5) $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})$

課 P88 例 13

$$\begin{aligned}
 &= 4^2 - (2\sqrt{2})^2 \\
 &= 16 - 8 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

(6) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$

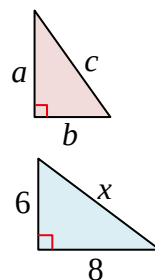
課 P89 例 14

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})} \\
 &= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{7 - 2} \\
 &= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{5}
 \end{aligned}$$

2-3 畢氏定理

暖身題

- ① 任意一個直角三角形，其兩股長的平方和等於斜邊長的平方，稱為畢氏定理。如圖， $a^2 + b^2 = c^2$ 。



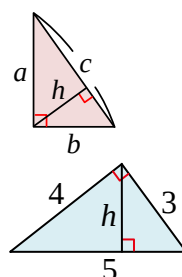
每格 4 分，共 8 分 每格 2 分，共 4 分

某一直角三角形的兩股長分別為 8 與 6，由畢氏定理可得 $x^2 = 8^2 + \underline{6^2}$ ，則斜邊長 $x = \underline{10}$ 。

- ② 如右圖，直角三角形面積 $= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$ ，所以 $h = \frac{a \times b}{c}$ 。

每格 4 分，共 8 分 每格 2 分，共 4 分

有一斜邊長等於 5，兩股長分別為 3 與 4 的直角三角形，求此直角三角形斜邊上的高 h 。



解 三角形面積

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times \underline{5} \times h,$$

$$\text{則此直角三角形斜邊上的高 } h = \underline{\frac{12}{5}}。$$

- ③ 坐標平面上 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 兩點的距離 $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 。

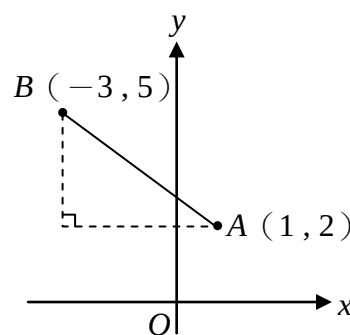
每格 4 分，共 12 分 每格 2 分，共 6 分

已知坐標平面上 $A(1, 2)$ 、 $B(-3, 5)$ 兩點，求 $\overline{AB}$ 。

解 $\overline{AB} = \sqrt{(-3-1)^2 + (5-\underline{2})^2}$

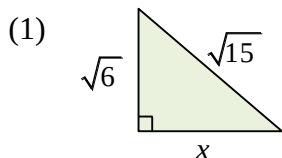
$$= \sqrt{16 + \underline{9}}$$

$$= \underline{5}。$$

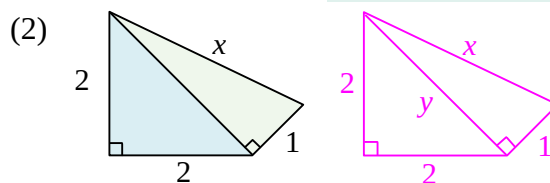


每題 6 分，共 24 分 每題 6 分，共 24 分

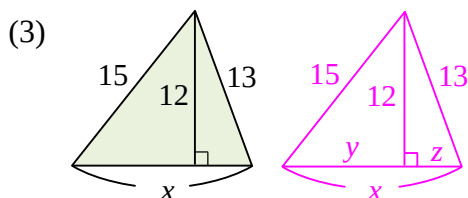
① 利用畢氏定理，計算下列各直角三角形中，未知邊長 x 的值：課 P96~98 例 1~3



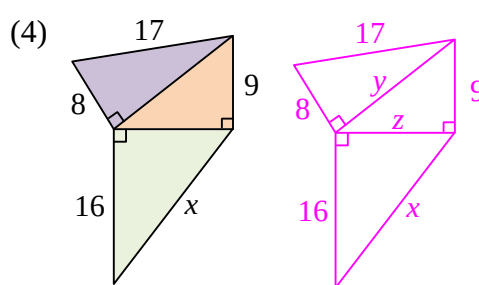
$$\begin{aligned} x^2 + (\sqrt{6})^2 &= (\sqrt{15})^2 \\ x^2 &= (\sqrt{15})^2 - (\sqrt{6})^2 \\ &= 15 - 6 = 9 \\ \text{因為 } x > 0, \text{ 所以 } x &= 3。 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2^2 + 2^2 &= y^2, y^2 = 8 \\ x^2 &= 1^2 + y^2 = 1^2 + 8 = 9 \\ \text{因為 } x > 0, \text{ 所以 } x &= 3。 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y^2 &= 15^2 - 12^2 = 81, \\ \text{因為 } y > 0, \text{ 所以 } y &= 9 \\ z^2 &= 13^2 - 12^2 = 25 \\ \text{因為 } z > 0, \text{ 所以 } z &= 5 \\ x &= y + z = 9 + 5 = 14。 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y^2 &= 17^2 - 8^2 = 225 \\ z^2 &= y^2 - 9^2 = 225 - 9^2 = 144, \\ x^2 &= z^2 + 16^2 = 144 + 16^2 = 400, \\ \text{因為 } x > 0, \text{ 所以 } x &= 20。 \end{aligned}$$

12 分 10 分 課 P99 例 4

② 如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 8$ ，求 $\overline{AD}$ 的長。

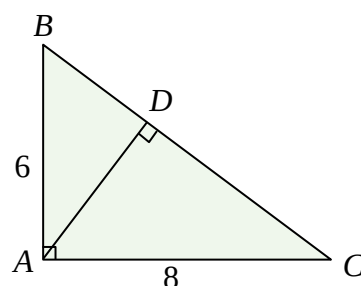
由畢氏定理可知

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\text{所以 } \overline{BC} = \sqrt{100} = 10$$

又 $\overline{AD}$ 為斜邊上的高

$$\text{所以 } \overline{AD} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}$$



答： $\frac{24}{5}$ 。

P30

12 分 10 分 課 P100 例 5

- ③ 如圖，雲梯原長為 26 公尺，已知雲梯底部與建築物水平距離為 10 公尺，若雲梯長縮短為 20 公尺，則雲梯所能到達建築物的高度比原來少幾公尺？

原高度為

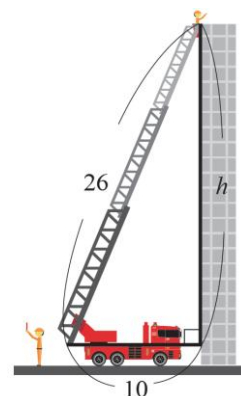
$$\sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24 \text{ (公尺)}$$

縮短後高度為

$$\sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{400 - 100} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \text{ (公尺)}$$

所以雲梯所能到達建築物的高度比原來少 $(24 - 10\sqrt{3})$ 公尺。

答： $(24 - 10\sqrt{3})$ 公尺。



12 分 10 分 課 P101 例 6

- ④ 如圖，某款平板電腦的螢幕是長方形，其長寬比為 4 : 3，若對角線長為 10 吋，則此平板電腦的螢幕面積是多少平方吋？

設此平板電腦的長為 $4k$ 吋，寬為 $3k$ 吋， $k \neq 0$ 。

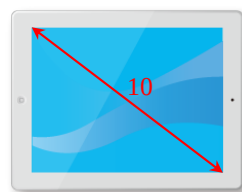
$$(4k)^2 + (3k)^2 = 10^2$$

$$16k^2 + 9k^2 = 100$$

$$25k^2 = 100$$

$$k^2 = 4$$

故此平板電腦的螢幕面積為 $4k \times 3k = 12k^2 = 48$ (平方吋)。



答：48 平方吋。

每題 6 分，共 12 分 每題 6 分，共 12 分

- ⑤ 求下列各題中，坐標平面上兩點的距離：

課 P103 例 7

課 P104 例 8

(1) $A(2, -3)$ 、 $B(-5, -3)$

(2) $C(-6, -4)$ 、 $D(3, -2)$

因為 $\overline{AB}$ 平行 x 軸

$$\text{所以 } \overline{AB} = |2 - (-5)| = 7$$

$$\begin{aligned} \overline{CD} &= \sqrt{(-6-3)^2 + [-4-(-2)]^2} \\ &= \sqrt{(-9)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{81+4} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

第 2 章總習題

配分說明：
 = 核心概念題 + 綜合演練；
 = 核心概念題 + 綜合演練 + 數學閱讀

核心概念題

每題 2 分，共 22 分 每題 2 分，共 22 分

① 下列敘述如果正確打「○」，不正確打「×」：

(×) (1) $\sqrt{121} = \pm 11$ 。 (1) $\sqrt{121} = 11$ 。

(○) (2) $-\sqrt{16} = -4$ 。

(○) (3) -2 是 4 的負平方根。

(×) (4) 已知 $525 = 3 \times 5^2 \times 7$ ，則 $\sqrt{525}$ 為最簡根式。

(4) 5^2 的次方大於 1 ，不是最簡根式。

(×) (5) 因為 $-25 = -5^2$ ，所以 -5 是 -25 的平方根。 (5) 負數沒有平方根。

(×) (6) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 不是最簡根式。 (6) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 為最簡根式。

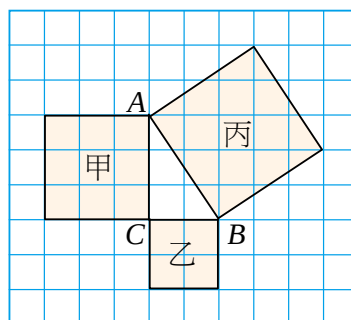
(○) (7) $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7}$ 。

(×) (8) $\sqrt{3} + \sqrt{7} = \sqrt{10}$ 。 (8) $\sqrt{3}$ 與 $\sqrt{7}$ 不是同類方根。

(○) (9) $2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{15}$ 。

(×) (10) 因為找不到一個整數、分數或小數的平方等於 30 ，所以 30 沒有平方根。 (10) 30 的平方根為 $\pm\sqrt{30}$ 。

(○) (11) 如圖，在直角三角形 ABC 中，以各邊為邊長所作的正方形分別是甲、乙、丙，則甲、乙面積的和等於丙的面積。



綜合演練

- ① (B) 若 $a = \frac{11}{5}$, $b = 2.3$, $c = \sqrt{5}$, 則 a 、 b 、 c 三數的大小關係為何? 3分 2分

(A) $a < b < c$

(B) $a < c < b$

(C) $b < a < c$

(D) $c < a < b$

$$a = \frac{11}{5} = 2.2, a^2 = (2.2)^2 = 4.84; b^2 = (2.3)^2 = 5.29;$$

$$c^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

因為 $a^2 < c^2 < b^2$, 且 a 、 b 、 c 均為正數, 故 $a < c < b$ 。

3分 2分 類 103 會考第 11 題

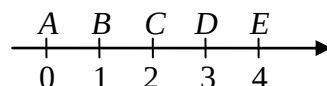
- ★② (C) 如圖, $9 - 2\sqrt{10}$ 在數線上的位置應在哪兩點之間?

(A) A 點和 B 點

(B) B 點和 C 點

(C) C 點和 D 點

(D) D 點和 E 點



因為 $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$, 所以 $6.2 < 2\sqrt{10} < 6.4$

故 $2.8 > 9 - 2\sqrt{10} > 2.6$

- ③ (B) 下列哪一個選項中的等式不成立? 3分 2分

(A) $\sqrt{(-3)^8} = (-3)^4$

(B) $\sqrt{(-5)^{10}} = (-5)^5$

(C) $\sqrt{3^4 \times 5^{10}} = 3^2 \times 5^5$

(D) $\sqrt{(-3)^8(-5)^4} = (-3)^4 \times (-5)^2$

(B) $\sqrt{(-5)^{10}} = 5^5$

- ④ (A) 下列 4 個數中, 哪一個不介於 13 與 14 之間? 3分 2分

(A) $\sqrt{160}$

(B) $\sqrt{170}$

(C) $\sqrt{180}$

(D) $\sqrt{190}$

因為 $13^2 = 169$, $14^2 = 196$

所以 $13 < \sqrt{170} < 14$, $13 < \sqrt{180} < 14$, $13 < \sqrt{190} < 14$

故 $\sqrt{160}$ 不介於 13 與 14 之間。

P34

每題 3 分，共 12 分 每題 2 分，共 8 分

- 5 已知 $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{30} \approx 5.477$ ，利用根式的運算規則求出下列各數的近似值。

(1) $\sqrt{300} \approx \underline{17.32}$

$$\begin{aligned}\sqrt{300} &= 10\sqrt{3} \\ &\approx 10 \times 1.732 = 17.32\end{aligned}$$

(2) $\sqrt{3000} \approx \underline{54.77}$

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= 10\sqrt{30} \\ &\approx 10 \times 5.477 = 54.77\end{aligned}$$

(3) $\sqrt{0.3} \approx \underline{0.5477}$

$$\begin{aligned}\sqrt{0.3} &= \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} \\ &\approx \frac{5.477}{10} = 0.5477\end{aligned}$$

(4) $\sqrt{0.03} \approx \underline{0.1732}$

$$\begin{aligned}\sqrt{0.03} &= \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} \\ &\approx \frac{1.732}{10} = 0.1732\end{aligned}$$

- 6 若一正方形的面積為 20 平方公分，周長為 x 公分，則 x 介於哪兩個連續整數之間？ 6 分 5 分

因為正方形的面積為 20 平方公分，

所以邊長為 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ （公分），

又周長 $x = 4 \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \approx 17.88$ （公分），

故 x 介於 17、18 之間。

答： x 介於 17、18 之間。

- 7 計算下列各式：

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

(1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} \\ &= \frac{10}{\sqrt{72}} = \frac{10}{\sqrt{2^3 \times 3^2}} = \frac{10}{6\sqrt{2}} \\ &= \frac{10\sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{12} = \frac{5\sqrt{2}}{6}\end{aligned}$$

(2) $\sqrt{12} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27}$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{2^2 \times 3} + \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \sqrt{3^3} \\ &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}+1}{2} - 3\sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \sqrt{3} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

6 分 5 分

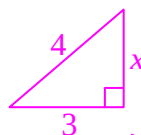
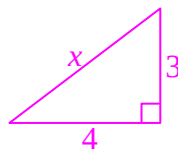
- 8 已知一個直角三角形的兩邊長分別為 3、4，則第三邊的長可以是哪些數值？
設第三邊的長為 x ，

- ① 若第三邊為斜邊，則由畢氏定理知

$$x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ 因為 } x > 0, \text{ 故得 } x = 5。$$

- ② 若第三邊不為斜邊，則由畢氏定理知

$$x^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7, \text{ 因為 } x > 0, \text{ 故得 } x = \sqrt{7}。$$



答：5 或 $\sqrt{7}$ 。

P35

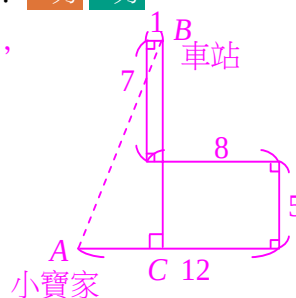
- 9 小寶從家裡開車前往車站，必須先向東行駛 12 公里，再向北行駛 5 公里，再向西行駛 8 公里，再向北行駛 7 公里，最後再向東行駛 1 公里才會到達，則小寶家與車站的直線距離是多少公里？ 8 分 6 分

$$\overline{AC} = 12 - 8 + 1 = 5, \quad \overline{BC} = 5 + 7 = 12,$$

由畢氏定理知

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

$$\text{所以 } \overline{AB} = \sqrt{169} = 13$$



答：13 公里。

- 10 若 -7 是 $2x+39$ 的負平方根，求 x 的值。 6 分 5 分

$$2x+39 = (-7)^2$$

$$2x+39 = 49$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

答：5。

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

- 11 求下列各題中，坐標平面上兩點的距離：

(1) $E(0, 0)$ 、 $F(3, -4)$

$$\begin{aligned} \overline{EF} &= \sqrt{(0-3)^2 + [0-(-4)]^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{9+16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

(2) $G(-7, -3)$ 、 $H(-2, -8)$

$$\begin{aligned} \overline{GH} &= \sqrt{[-7-(-2)]^2 + [-3-(-8)]^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{25+25} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

3-1 提公因式與乘法公式作因式分解

配分說明： = 暖身題 + 基礎題；

 = 暖身題 + 基礎題 + 精熟題

暖身題

- ① A 、 B 、 C 為三個不為 0 的多項式，若 $A=B \times C$ ，則稱 B 與 C 是 A 的因式， A 是 B 與 C 的倍式。

每格 2 分，共 4 分 每格 2 分，共 4 分

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x-4 \overline{) x^2-3x-4} \\ \underline{x^2-4x} \\ x-4 \\ \underline{x-4} \\ 0 \end{array}$$

所以 $x+1$ 是 x^2-3x-4 的 因式（填因式或倍式），
 x^2-3x-4 是 $x-4$ 的 倍式（填因式或倍式）。

- ② $A \times C + B \times C = C(A+B)$ ，其中 A 、 B 、 C 代表多項式。

完成下列因式分解：

每格 2 分，共 8 分 每格 2 分，共 8 分

(1) $2x^2$ 與 $5x$ 的公因式為 x ，所以 $2x^2+5x=x(\underline{2x+5})$ 。

(2) $5(x+7)$ 與 $x(x+7)$ 的公因式為 $x+7$ ，

所以 $5(x+7)-x(x+7)=(x+7)(\underline{5-x})$ 。

- ③ 利用平方差公式將 a^2-b^2 分解為 $(a+b)(a-b)$ 。

因式分解 x^2-25 。

2 分 2 分

解 $x^2-25=x^2-5^2=(x+5)(x-\underline{5})$ 。

- ④ 利用和的平方公式將 $a^2+2ab+b^2$ 分解為 $(a+b)^2$ 。

利用差的平方公式將 $a^2-2ab+b^2$ 分解為 $(a-b)^2$ 。

完成下列因式分解：

每格 2 分，共 12 分 每格 2 分，共 12 分

(1) $x^2+14x+49=x^2+2 \cdot x \cdot \underline{7}+(\underline{7})^2=(x+\underline{7})^2$ 。

(2) $4x^2-4x+1=(\underline{2x})^2-2 \cdot \underline{2x} \cdot 1+1^2=(\underline{2x}-1)^2$ 。

P38**基礎題**

- ① (C) 已知 $3x^2 - 21x - 24 = 3(x+1)(x-8)$ ，則下列何者是 $3x^2 - 21x - 24$ 的因式？

8分 8分 課 P116 隨堂

(A) $x-1$ (B) $x+8$ (C) $3x+3$ (D) $3x-8$

- ② 因式分解下列各式： 每題 6 分，共 36 分 每題 4 分，共 24 分

課 P119 例 2

(1) $3x^2 - x$

$$= 3x \cdot x - x$$

$$= x(3x - 1)$$

課 P119 例 2

(2) $x(2x+5) - x(x-1)$

$$= x[(2x+5) - (x-1)]$$

$$= x(2x+5-x+1)$$

$$= x(x+6)$$

課 P120 例 3

(3) $2(x-3) + (x-3)^2$

$$= 2(x-3) + (x-3)(x-3)$$

$$= (x-3)[2 + (x-3)]$$

$$= (x-3)(x-1)$$

課 P121 例 4

(4) $(5x-2)^2 - 4x(2-5x)$

$$= (5x-2)^2 + 4x(5x-2)$$

$$= (5x-2)(5x-2) + 4x(5x-2)$$

$$= (5x-2)[(5x-2) + 4x]$$

$$= (5x-2)(9x-2)$$

課 P124 例 6

(5) $81x^2 - 25$

$$= (9x)^2 - 5^2$$

$$= (9x+5)(9x-5)$$

課 P126 例 8

(6) $4x^2 - 20x + 25$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2$$

$$= (2x-5)^2$$

P39**10分 6分** 課 P120 例 3

- ③ 已知 $(13x-9)(23x-11) - (13x-9)(11x-7)$ 可因式分解成

$(ax+b)(12x+c)$ ，其中 a 、 b 、 c 均為整數，則 $a+b+c=?$

$$(13x-9)(23x-11) - (13x-9)(11x-7)$$

$$= (13x-9)[(23x-11) - (11x-7)]$$

$$= (13x-9)(12x-4)$$

$$= (ax+b)(12x+c)$$

比較係數得 $a=13$ ， $b=-9$ ， $c=-4$

$$\text{故 } a+b+c=13+(-9)+(-4)=0$$

答：0。

- ④ 如圖，由四個面積分別為 $6x$ 、 $4x^2$ 、 $6x$ 和 9 的圖形組成一個大正方形，則此大正方形的邊長為何？（以 x 表示）

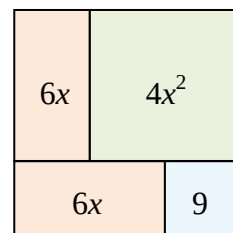
10分 6分 課 P122 例 5

$$4x^2 + 2 \cdot 6x + 9$$

$$= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2$$

$$= (2x+3)^2$$

因此，正方形的邊長為 $2x+3$ 。



答： $2x+3$ 。

- ⑤ 如圖，將一張邊長為 $3x+1$ 的正方形色紙，中間剪去一個邊長為 $2x$ 的正方形，則剩餘的面積會與一個長方形的面積相等，若此長方形的其中一個邊長為 $x+1$ ，求另一邊長為多少？

10分 6分

課 P125 例 7

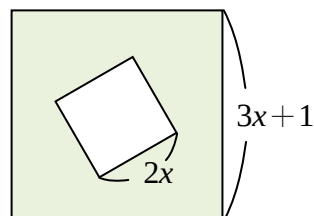
$$(3x+1)^2 - (2x)^2$$

$$= [(3x+1) + (2x)][(3x+1) - (2x)]$$

$$= (5x+1)(x+1)$$

此長方形的邊長為 $(5x+1)$ 與 $(x+1)$ ，

故另一邊長為 $5x+1$ 。



答： $5x+1$ 。

3-2 利用十字交乘法因式分解

暖身題

① $x^2 + (a+b)x + ab$ 可用十字交乘法因式分解為 $(x+a)(x+b)$ 。

每格 2 分，共 6 分 每格 2 分，共 6 分

因式分解 $x^2 + 9x + 14$ ，完成下列空格：

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +7 \\ x \quad \quad + \underline{2} \\ \hline 7x \quad + \quad \underline{2}x = 9x \end{array}$$

$$x^2 + 9x + 14 = (x+7)(x+ \underline{2})$$

② 分解形如 $ax^2 + bx + c$ 的多項式時，先將二次項係數 a 及常數項 c 分解，進行十字交乘，檢查結果是否與一次項的係數 b 相符。

每格 2 分，共 6 分 每格 2 分，共 6 分

因式分解 $3x^2 + 7x + 4$ ，完成下列空格：

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad +4 \\ x \quad \quad + \underline{1} \\ \hline 4x \quad + \quad \underline{3}x = 7x \end{array}$$

$$3x^2 + 7x + 4 = (3x+4)(x+ \underline{1})$$

P42**基礎題**

① 因式分解下列各式： 每題 8 分，共 64 分 每題 6 分，共 48 分

(1) $x^2 + 7x + 10$

課 P131 例 1

(2) $x^2 - 5x + 6$

課 P132 例 2

$$\begin{array}{r}
 x \quad +2 \\
 \times \quad \times \\
 x \quad +5 \\
 \hline
 2x \quad + \quad 5x = 7x
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } x^2 + 7x + 10 \\
 = (x+2)(x+5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 x \quad -3 \\
 \times \quad \times \\
 x \quad -2 \\
 \hline
 -3x \quad - \quad 2x = -5x
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } x^2 - 5x + 6 \\
 = (x-3)(x-2)
 \end{aligned}$$

(3) $x^2 + 3x - 40$

課 P133 隨堂

(4) $3x^2 - 14x + 15$

課 P134 例 4

$$\begin{array}{r}
 x \quad +8 \\
 \times \quad \times \\
 x \quad -5 \\
 \hline
 8x \quad - \quad 5x = 3x
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } x^2 + 3x - 40 \\
 = (x+8)(x-5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 3x \quad -5 \\
 \times \quad \times \\
 x \quad -3 \\
 \hline
 -5x \quad - \quad 9x = -14x
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } 3x^2 - 14x + 15 \\
 = (3x-5)(x-3)
 \end{aligned}$$

(5) $6x^2 - 19x + 10$

課 P135 例 5

(6) $4x^2 + 20x - 56$

課 P136 例 6

$$\begin{array}{r}
 2x \quad -5 \\
 \times \quad \times \\
 3x \quad -2 \\
 \hline
 -15x \quad - \quad 4x = -19x
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } 6x^2 - 19x + 10 \\
 = (2x-5)(3x-2)
 \end{aligned}$$

$$= 4(x^2 + 5x - 14)$$

$$\begin{array}{r}
 x \quad +7 \\
 \times \quad \times \\
 x \quad -2 \\
 \hline
 7x \quad - \quad 2x = 5x
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } 4x^2 + 20x - 56 \\
 = 4(x^2 + 5x - 14) \\
 = 4(x+7)(x-2)
 \end{aligned}$$

P43

(7) $-16x^2 + 2x + 3$

課 P137 例 7

(2) $x^2 - 10x + 25$

課 P138 例 8

$$= -(16x^2 - 2x - 3)$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad -1 \\ 8x \quad +3 \\ \hline -8x + \quad 6x = -2x \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } -16x^2 + 2x + 3 \\ &= -(16x^2 - 2x - 3) \\ &= -(2x-1)(8x+3) \end{aligned}$$

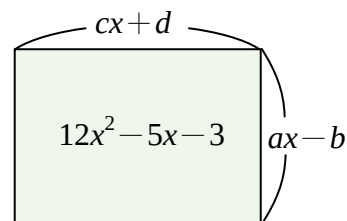
$$\begin{array}{r} x \quad -5 \\ x \quad -5 \\ \hline -5x - \quad 5x = -10x \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } x^2 - 10x + 25 \\ &= (x-5)(x-5) \\ &= (x-5)^2 \end{aligned}$$

- ② 如圖，長方形的長為 $ax-b$ ，寬為 $cx+d$ ，面積為 $12x^2-5x-3$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 皆為正整數，求 $a+b+c+d$ 的值。 12 分 8 分 課 P135 隨堂

$$\begin{aligned} 12x^2 - 5x - 3 &= (4x-3)(3x+1) \\ &= (ax-b)(cx+d) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4x \quad -3 \\ 3x \quad +1 \\ \hline -9x + \quad 4x = -5x \end{array}$$



因為 a 、 b 、 c 、 d 皆為正整數，
所以比較係數得 $a=4$ ， $b=3$ ， $c=3$ ， $d=1$
故 $a+b+c+d=4+3+3+1=11$

答：11。

12 分 8 分 課 P134、135 例 4、5 類 103 特招第 4 題

- ★③ 若 $6x^2+7x-5$ 與 $4x^2-16x+7$ 的公因式為一次式 $ax-1$ ，則 a 的值為何？

$$\begin{aligned} 6x^2 + 7x - 5 \\ &= (3x+5)(2x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad +5 \\ 2x \quad -1 \\ \hline 10x - \quad 3x = 7x \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 16x + 7 \\ &= (2x-1)(2x-7) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad -1 \\ 2x \quad -7 \\ \hline -2x - \quad 14x = -16x \end{array}$$

兩式的公因式為 $2x-1$ ，所以 $a=2$ 。

答：2。

第3章總習題

配分說明： = 核心概念題 + 綜合演練；
 = 核心概念題 + 綜合演練 + 數學閱讀

核心概念題

每題 3 分，共 24 分 每題 2 分，共 16 分

① 下列敘述如果正確打「○」，不正確打「×」：

(○) (1) $x-2$ 是 $(x-2)(2x+3)$ 的因式。

(×) (2) x 是 $(x-2)(2x+3)$ 的因式。(2) $(x-2)(2x+3)$ 不能被 x 整除。

(○) (3) 因式分解 $x(x+3)+4(x+3)=(x+4)(x+3)$ 。

(×) (4) 因式分解 $x^2-9=(x-3)^2$ 。(4) $x^2-9=x^2-3^2=(x+3)(x-3)$

(×) (5) 因式分解 $x^2-4x+4=(x-4)^2$ 。(5) $x^2-4x+4=(x-2)^2$

(×) (6) 因式分解 $x^2+2x-3=(x-3)(x-1)$ 。

(6) $x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$

(×) (7) 因式分解 $6x^2+5x-1=(2x+1)(3x+1)$ 。

(7) $6x^2+5x-1=(6x-1)(x+1)$

(○) (8) 若因式分解 $x^2-a=(x-5)(x+5)$ ，則 $a=25$ 。

每題 3 分，共 12 分 每題 2 分，共 8 分

② 在下列空格中填入適當的式子，完成各多項式的因式分解：

(1) $x^2+x=x(\underline{x+1})$

(2) $x^2-3x+2=(x-2)(\underline{x-1})$

(3) $3x^2-7x-6=(x-3)(\underline{3x+2})$

(4) $6x^2+x-15=(3x+5)(\underline{2x-3})$

綜合演練

4分 4分

- ① (C) 下列何者為多項式 $(x+5)(x-3)$ 與 $(x-3)(x-5)$ 的公因式？

(A) $x+5$ (B) $x-5$
(C) $x-3$ (D) $(x-5)(x-1)$

- ② (D) 下列何者不是多項式 $(x-1)(x+1)$ 的因式？ 4分 4分

(A) $x+1$ (B) $x-1$
(C) $(x-1)(x+1)$ (D) $(x+1)^2$

4分 4分

- ③ (A) 已知 $x-3$ 是 $2x^2-x-k$ 的因式，則下列何者也是 $2x^2-x-k$ 的因式？

(A) $2x+5$ (B) $2x-1$
(C) $x-2$ (D) $x+5$

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ x-3 \overline{) 2x^2-x-k} \\ \underline{2x^2-6x} \\ 5x-k \\ \underline{5x-15} \\ 0 \end{array}$$

- ④ (B) 有兩個多項式 $3x^2+7x+4$ 與 $9x^2+24x+16$ ，則這兩個多項式的公因式為何？ 4分 4分

(A) $x+1$ (B) $3x+4$
(C) $3x+2$ (D) $x+4$

$$3x^2+7x+4 = (3x+4)(x+1), 9x^2+24x+16 = (3x+4)^2,$$

則兩個多項式的公因式為 $3x+4$ 。

- ★⑤ (B) 多項式 $33x^2-x-14$ 可因式分解成 $(3x-a)(bx+c)$ ，其中 a 、 b 、 c 均為整數，求 $a+b+c$ 的值為何？ 4分 4分 類 105 會考第 6 題

(A) 16 (B) 20
(C) 23 (D) 43

$$33x^2-x-14 = (3x-2)(11x+7),$$

故 $a=2$ ， $b=11$ ， $c=7$ ， $a+b+c=20$ 。

P47**6** 因式分解下列各式：每題 6 分，共 24 分 每題 5 分，共 20 分

(1) $3x^2 + 6x$

$= x(3x + 6)$

或 $3x(x + 2)$

(2) $9x^2 - 1$

$= (3x)^2 - 1^2$

$= (3x + 1)(3x - 1)$

(3) $3x^2 + 14x - 5$

$$\begin{array}{r} 3x \quad -1 \\ \quad \times \\ x \quad +5 \\ \hline -x + 15x = 14x \end{array}$$

所以 $3x^2 + 14x - 5$

$= (3x - 1)(x + 5)$

(4) $(2x - 1)^2 - 2(2x - 1)(1 - x)$

$= (2x - 1)[(2x - 1) - 2(1 - x)]$

$= (2x - 1)(2x - 1 - 2 + 2x)$

$= (2x - 1)(4x - 3)$

10 分 8 分**7** 天靖一直無法將 $x^2 + 60x + 899$ 因式分解，於是他去問老師，老師提示「 $899 = 900 - 1$ 」，天靖就會了。請以老師的提示因式分解 $x^2 + 60x + 899$ 。

$x^2 + 60x + 899 = x^2 + 60x + 900 - 1$

$= (x + 30)^2 - 1^2$

$= [(x + 30) + 1][(x + 30) - 1]$

$= (x + 31)(x + 29)$

答： $(x + 31)(x + 29)$ 。**8** 一個質數只能分解成 1 與本身的乘積，例如： $5 = 1 \times 5$ ， $7 = 1 \times 7$ 。若 x 為正整數， $4x^2 - 3x - 10$ 為一個質數，求 x 與此質數。**10 分 8 分**

$4x^2 - 3x - 10 = (4x + 5)(x - 2)$

當 $4x + 5 = 1$ 時， $x = -1$ （不合）當 $x - 2 = 1$ 時， $x = 3$ ，則質數為 $(4 \times 3 + 5)(3 - 2) = 17$ 故 $x = 3$ 時，質數為 17。

$$\begin{array}{r} 4x \quad +5 \\ \quad \times \\ x \quad -2 \\ \hline 5x - 8x = -3x \end{array}$$

答： $x = 3$ ，17。

4-1 因式分解法解一元二次方程式

配分說明： ■ = 暖身題 + 基礎題；

暖身題

■ = 暖身題 + 基礎題 + 精熟題

- ① 要判別一個數是不是方程式的解，可以將該數代入方程式，看看是否能讓方程式的等號成立。

每格 3 分，共 36 分 每格 2 分，共 24 分

判別 0、-1、-2 是不是方程式 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解，可將 $x = 0$ 、-1、-2 逐一代入檢驗：

x	$x^2 + 3x + 2$	是否為解
0	$(\underline{0})^2 + 3 \times (\underline{0}) + 2 = \underline{2}$	否
-1	$(\underline{-1})^2 + 3 \times (\underline{-1}) + 2 = \underline{0}$	是
-2	$(\underline{-2})^2 + 3 \times (\underline{-2}) + 2 = \underline{0}$	是

- ② 形如 $ax^2 + bx + c = 0$ 的方程式，若等號左邊的二次式 $ax^2 + bx + c$ 可以因式分解成兩個一次式的乘積，則可以運用「如果 $A \cdot B = 0$ ，則 $A = 0$ 或 $B = 0$ 」的性質求解。

求下列各一元二次方程式的解：

每格 3 分，共 12 分 每格 2 分，共 8 分

(1) $(x - 2)(x + 3) = 0$

$x - 2 = 0$ 或 $x + 3 = 0$

則方程式的解為 $x = \underline{2}$ 與 $x = \underline{-3}$ 。

(2) $(2x - 3)(x + 5) = 0$

$2x - 3 = 0$ 或 $x + 5 = 0$

則方程式的解為 $x = \underline{\frac{3}{2}}$ 與 $x = \underline{-5}$ 。

每格 1 分，共 6 分 每格 1 分，共 6 分

- ① 判別下列哪些式子為一元二次方程式，在□中打「✓」。課 P149 隨堂

☒ $x^2 + 5x - 84 = 1$

☐ $x^2 + 5x - 84$

☐ $x^3 + 5x - 84 = 0$

☒ $2x^2 - 7 = 5x$

☒ $(5 - 3x)(7 - 3x) = 0$

☒ $(x - 1)^2 = 1$

每題 1 分，共 4 分 每題 1 分，共 4 分 課 P150 隨堂

- ② 下列敘述如果正確打「○」，不正確打「×」：

(☒) (1) 1 是 $-x^2 - 5x + 4 = 0$ 的一個解。 (1) $-1 - 5 + 4 = -2 \neq 0$

(☐) (2) 0 是 $9x^2 = -2x$ 的一個解。

(☒) (3) 2 是 $(2x - 3)(x - 2) = 1$ 的一個解。 (3) $(2 \times 2 - 3)(2 - 2) = 0 \neq 1$

(☐) (4) $\frac{5}{3}$ 是 $(3x - 5)(3 - x) = 0$ 的一個解。

4 分 4 分 課 P150 例 1

- ③ 若 $x = 2$ 是方程式 $x^2 + mx + (m - 1) = 0$ 的一個解，求 m 的值。

將 $x = 2$ 代入 $x^2 + mx + (m - 1) = 0$

$$4 + 2m + m - 1 = 0$$

$$3m = -3$$

$$m = -1$$

答：-1。

- ④ 解下列各一元二次方程式：

每題 5 分，共 30 分 每題 4 分，共 24 分

(1) $2x^2 - 8x = 0$ 課 P152 例 2

$$2x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } x - 4 = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } x = 4$$

此方程式的解為 0 與 4。

(2) $3x(3x + 2) = 6(3x + 2)$ 課 P153 例 3

$$3x(3x + 2) - 6(3x + 2) = 0$$

$$(3x + 2)(3x - 6) = 0$$

$$3x + 2 = 0 \text{ 或 } 3x - 6 = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 或 } x = 2$$

此方程式的解為 $-\frac{2}{3}$ 與 2。

P51

(3) $x^2 + 12x + 36 = 0$ 課 P154 例 4

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = 0$$

$$(x+6)^2 = 0$$

$$(x+6)(x+6) = 0$$

$$x+6=0 \text{ 或 } x+6=0$$

$$x=-6 \text{ 或 } x=-6$$

此方程式的解為 -6 (重根)。

(4) $(x+2)(x-3) = 6$ 課 P155 例 5

$$x^2 - x - 6 = 6$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x-4)(x+3) = 0$$

$$x-4=0 \text{ 或 } x+3=0$$

$$x=4 \text{ 或 } x=-3$$

此方程式的解為 4 與 -3 。

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad -4 \\ x \quad \times \quad +3 \\ \hline -4x \quad + \quad 3x = -x \end{array}$$

(5) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 0$ 課 P156 例 6

將等式左右兩邊同乘以 12 ，

$$\text{得 } 3x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$(3x-2)(x+2) = 0$$

$$3x-2=0 \text{ 或 } x+2=0$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ 或 } x = -2$$

此方程式的解為 $\frac{2}{3}$ 與 -2 。

$$\begin{array}{r} 3x \quad \times \quad -2 \\ x \quad \times \quad +2 \\ \hline -2x \quad + \quad 6x = 4x \end{array}$$

(6) $16x^2 - 32x - 48 = 0$ 課 P156 例 6

將等式左右兩邊同除以 16 ，

$$\text{得 } x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x-3=0 \text{ 或 } x+1=0$$

$$x=3 \text{ 或 } x=-1$$

此方程式的解為 3 與 -1 。

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad -3 \\ x \quad \times \quad +1 \\ \hline -3x \quad + \quad x = -2x \end{array}$$

- 5 若 3 為一元二次方程式 $x^2 - ax - 21 = 0$ 的一個解，求 a 的值及此方程式的另一個解。

8 分 6 分 課 P157 例 7

將 $x=3$ 代入方程式 $x^2 - ax - 21 = 0$ ，得

$$3^2 - a \times 3 - 21 = 0$$

$$9 - 3a - 21 = 0$$

$$-3a = 12, a = -4$$

$$\text{此方程式為 } x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x-3)(x+7) = 0$$

$$x-3=0 \text{ 或 } x+7=0$$

$$x=3 \text{ 或 } x=-7$$

故 $a = -4$ ，而此方程式的另一個解為 -7 。

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad -3 \\ x \quad \times \quad +7 \\ \hline -3x \quad + \quad 7x = 4x \end{array}$$

答： $a = -4$ ，另一個解為 -7 。

4-2 配方法與公式解

暖身題

- ① 將方程式 $x^2 - a = 0$ ，($a > 0$) 整理成 $x^2 = a$ 的形式，可得 $x = \pm\sqrt{a}$ 。

解下列各一元二次方程式：

每格 3 分，共 6 分 每格 2 分，共 4 分

(1) $x^2 - 5 = 0$ ， $x^2 = 5$ ， $x = \underline{\pm\sqrt{5}}$ 。

(2) $x^2 - 169 = 0$ ， $x^2 = 169$ ， $x = \underline{\pm 13}$ 。

- ② 形如 $x^2 + mx$ 的式子，加上 $(\frac{m}{2})^2$ 後，可配成完全平方式 $(x + \frac{m}{2})^2$ 。

每格 3 分，共 12 分 每格 2 分，共 8 分

在下面空格中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式：

(1) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \underline{2} + \underline{2^2} = (x + 2)^2$

(2) $x^2 + 12x + 36 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \underline{6} + \underline{6^2} = (x + 6)^2$

- ③ 形如 $x^2 - mx$ 的式子，加上 $(\frac{m}{2})^2$ 後，可配成完全平方式 $(x - \frac{m}{2})^2$ 。

每格 3 分，共 12 分 每格 2 分，共 8 分

在下面空格中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式：

(1) $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \underline{3} + \underline{3^2} = (x - 3)^2$

(2) $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \underline{4} + \underline{4^2} = (x - 4)^2$

- ④ 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。

在下面空格中填入適當的數：

每格 3 分，共 6 分 每格 2 分，共 4 分

範例 方程式 $x^2 + 3x - 1 = 0$ ，其中 $a = 1$ ， $b = 3$ ， $c = -1$ ，則 $b^2 - 4ac = 13$ ，

所以方程式的解為 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$ 。

方程式 $2x^2 + x - 4 = 0$ ，其中 $a = 2$ ， $b = 1$ ， $c = -4$ ，則 $b^2 - 4ac = \underline{33}$ ，

所以方程式的解為 $x = \underline{\frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}}$ 。

基礎題

① 解下列各一元二次方程式：

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

(1) $4x^2=9$

課 P162 例 1

(2) $(3x+6)^2=27$

課 P163 例 2

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x = \pm \frac{3}{2}$$

此方程式的解為 $\frac{3}{2}$ 與 $-\frac{3}{2}$ 。

$$3x+6 = \pm \sqrt{27}$$

$$3x+6 = \pm 3\sqrt{3}$$

$$x+2 = \pm \sqrt{3}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{3}$$

此方程式的解為

$-2 + \sqrt{3}$ 與 $-2 - \sqrt{3}$ 。

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分 課 P166 例 3

② 已知 x^2+x+a 可以是完全平方，則：

(1) 求 a 的值。

(2) 寫出此完全平方。

$$x^2+x+a$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{所以 } a = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2+x+\frac{1}{4} = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2$$

此完全平方為 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ 。

每題 5 分，共 10 分 每題 4 分，共 8 分

③ 利用配方法解下列各一元二次方程式：

(1) $x^2-4x-1=0$

課 P169 例 4

(2) $2x+2x^2=1$

課 P172 例 7

$$x^2-4x=1$$

$$x^2-2 \cdot x \cdot 2+2^2=1+2^2$$

$$(x-2)^2=5$$

$$x-2 = \pm \sqrt{5}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

此方程式的解為

$2 + \sqrt{5}$ 與 $2 - \sqrt{5}$ 。

將等號兩邊同除以 2，得

$$x^2+x = \frac{1}{2}$$

$$x^2+2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$x+\frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

此方程式的解為 $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ 與 $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ 。

★④ 若方程式 $x^2 - 8x + p$ 可配方成 $(x - q)^2 = 3$ 的形式，則 $p - q$ 的值是多少？

10 分 8 分 課 P171 例 6 類 106 會考第 12 題

$$x^2 - 8x + p = 0$$

$$x^2 - 8x = -p$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = -p + 4^2$$

$$(x - 4)^2 = -p + 4^2 \text{ 與 } (x - q)^2 = 3 \text{ 對照得}$$

$$-p + 4^2 = 3, p = 4^2 - 3 = 16 - 3 = 13$$

$$q = 4$$

$$\text{故 } p - q = 13 - 4 = 9$$

答：9。

每題 6 分，共 24 分 每題 5 分，共 20 分

⑤ 利用公式解，解下列各一元二次方程式：

(1) $x^2 - 6x + 7 = 0$

課 P176 例 9

(2) $2x^2 + x + 1 = 0$

課 P177 例 10

令 $a = 1, b = -6, c = 7$ ，得

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 7 = 8 > 0$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{8}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}$$

此方程式的解為

$$3 + \sqrt{2} \text{ 與 } 3 - \sqrt{2}。$$

令 $a = 2, b = 1, c = 1$ ，得

$$b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times 1 = -7 < 0$$

此方程式沒有解。

(3) $3x^2 + 18x + 27 = 0$

課 P177 例 10

(4) $-2x^2 + 5 = 10x$

課 P178 例 11

原方程式整理得 $x^2 + 6x + 9 = 0$

令 $a = 1, b = 6, c = 9$ ，得

$$b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3 \text{ (重根)}$$

此方程式的解為 -3 (重根)。

原方程式整理得 $2x^2 + 10x - 5 = 0$

令 $a = 2, b = 10, c = -5$ ，得

$$b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 140 > 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{140}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{35}}{2}$$

此方程式的解為

$$\frac{-5 + \sqrt{35}}{2} \text{ 與 } \frac{-5 - \sqrt{35}}{2}。$$

4-3 應用問題

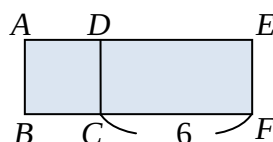
暖身題

① 一元二次方程式應用問題的解題，步驟如下：

- (1) 設未知數
- (2) 列方程式
- (3) 解方程式
- (4) 依題意寫出答案

每格 4 分，共 16 分

1. 如右圖，有一正方形 $ABCD$ 與長方形 $CDEF$ 拼成一個長方形 $ABFE$ ，已知 $\overline{CF} = 6$ ，若長方形 $ABFE$ 的面積為 27，求正方形 $ABCD$ 的邊長。



解 設未知數

設正方形 $ABCD$ 的邊長為 x 。

列方程式

可列出一元二次方程式 $x(x+6) = 27$ 。

← 長方形 $ABFE$ 的寬為 x ，
長為 $x+6$ ，面積為 27。

解方程式

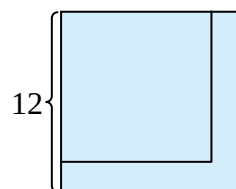
所以 $x = -9$ 或 $x = 3$ 。

依題意寫出答案

答：正方形 $ABCD$ 的邊長為 3。

每格 4 分，共 12 分

2. 如右圖，在邊長 12 公尺的正方形草地內部邊緣開闢一橫一直且等寬的道路，若剩下的草地面積為 100 平方公尺，則道路寬為多少公尺？



解 設道路寬為 x 公尺。

由題意可知：

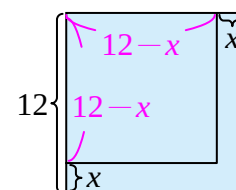
可列出方程式為 $(12-x)^2 = 100$ ，

← 剩下的草地為邊長 $12-x$ 的正方形。

$12-x = 10$ 或 $12-x = -10$

得 $x = 2$ 或 $x = 22$ (不合)，

答：道路寬為 2 公尺。



- ① 阿信去文具行買作業簿，他買的作業簿數量恰比作業簿的單價多 1，已知

阿信付 60 元找回 4 元，則作業簿每本多少元？ 12 分 8 分

課 P182 例 1

設作業簿每本 x 元，買 $(x+1)$ 本，依題意可列出方程式

$$x(x+1) = 60 - 4$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x-7)(x+8) = 0$$

$$x = 7 \text{ 或 } x = -8 \text{ (不合)}$$

故作業簿每本 7 元。

$$\begin{array}{r} x \quad -7 \\ x \quad +8 \\ \hline -7x + \quad 8x = x \end{array}$$

答：7 元。

- ② 有三個連續正奇數，最大數的平方比另兩數的平方和還要小 65，則此三數中的最大數為多少？ 12 分 8 分

課 P183 例 2

設此三數為 $x-2$ ， x ， $x+2$ ，依題意可列出方程式

$$(x+2)^2 = (x-2)^2 + x^2 - 65$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + x^2 - 65$$

$$x^2 - 8x - 65 = 0$$

$$(x+5)(x-13) = 0$$

$$x = -5 \text{ (不合) 或 } x = 13$$

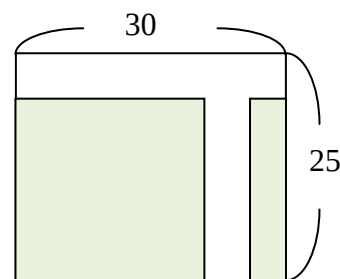
故最大數為 $13+2=15$ 。

$$\begin{array}{r} x \quad +5 \\ x \quad -13 \\ \hline 5x + (-13x) = -8x \end{array}$$

答：15。

- ③ 右圖是安琪為園遊會設計的平面圖，長方形場地的長為 30 公尺、寬為 25 公尺，有 2 條等寬且互相垂直的道路。已知道路與場地的長寬平行，若剩下的場地面積為全部面積的 $\frac{2}{3}$ 倍，則道路的路寬應是多少公尺？

12 分 8 分 課 P184 例 3



設道路的路寬為 x 公尺，依題意可列出方程式

$$(30-x)(25-x) = \frac{2}{3} \times 30 \times 25$$

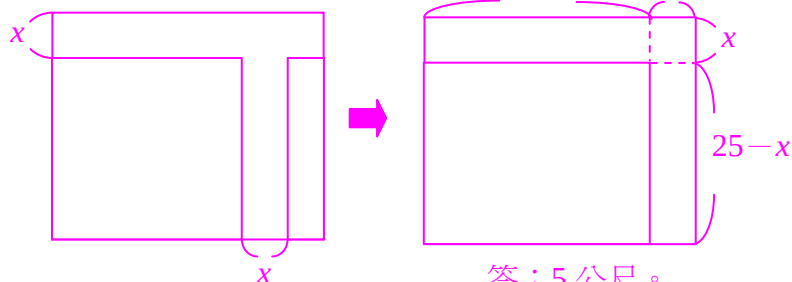
$$750 - 55x + x^2 = 500$$

$$x^2 - 55x + 250 = 0$$

$$(x-5)(x-50) = 0$$

$$x = 5 \text{ 或 } x = 50 \text{ (不合)}$$

故路寬為 5 公尺。



答：5 公尺。

P59

- ④ 如圖，在一張正方形色紙的兩角分別剪掉同樣大小的小正方形，剩餘的圖形面積為 82。已知 $\overline{AB} = 4$ ，求原正方形色紙的面積。 **12 分 8 分** 課 P184 例 3

設剪掉的小正方形邊長為 x ，

則原大正方形邊長為 $2x + 4$ 。

依題意可列出方程式 $(2x + 4)^2 - 2x^2 = 82$

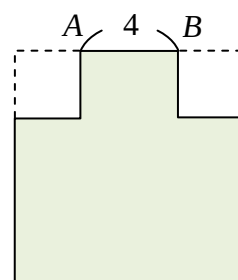
$$4x^2 + 16x + 16 - 2x^2 = 82$$

$$x^2 + 8x - 33 = 0$$

$$(x - 3)(x + 11) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ 或 } x + 11 = 0, x = 3 \text{ 或 } x = -11 \text{ (不合)}$$

故原正方形色紙的面積為 $(2 \times 3 + 4)^2 = 10^2 = 100$



答：100。

- ⑤ 柳橙園中有 16 棵柳橙樹，每棵平均可生產柳橙 400 個。若柳橙園中，每加種 1 棵，每棵平均產量減少 10 個，則果農需加種多少棵，才能收成 7840 個柳橙？ **12 分 8 分** 課 P185 例 4

設加種 x 棵樹。

依題意可列出方程式 $(400 - 10x)(16 + x) = 7840$

$$6400 + 400x - 160x - 10x^2 = 7840, x^2 - 24x + 144 = 0$$

$$(x - 12)(x - 12) = 0, x = 12 \text{ (重根)}$$

故需加種 12 棵樹。

答：12 棵。

- ⑥ 在長方形 $ABCD$ 中裁掉正方形 $AEFD$ 後，剩下的長方形 $BCFE$ 與原來的長方形 $ABCD$ 有相同的長與寬比，則稱此長方形 $ABCD$ 為黃金矩形，意即 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BE}$ 。已知 $\overline{BC} = 10$ ，求 $\overline{AB}$ 長。 **12 分 8 分** 課 P186 例 5

設 $\overline{BE} = x$ ，則 $\overline{AB} = x + 10$

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BE}$$

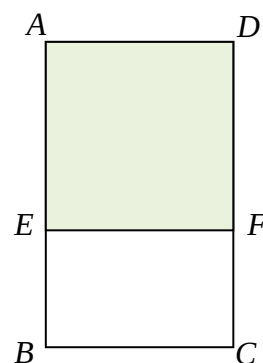
$$(x + 10) : 10 = 10 : x$$

$$x(x + 10) = 10^2$$

$$x^2 + 10x - 100 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{500}}{2} = -5 \pm 5\sqrt{5} \text{ (負不合)}$$

$$\text{故 } \overline{AB} = x + 10 = -5 + 5\sqrt{5} + 10 = 5 + 5\sqrt{5}。$$



答： $5 + 5\sqrt{5}$ 。

P60

P61

第4章總習題

配分說明： = 核心概念題 + 綜合演練；
 = 核心概念題 + 綜合演練 + 數學閱讀

核心概念題

每題 2 分，共 8 分 每題 2 分，共 8 分

① 下列敘述如果正確打「○」，不正確打「×」：

(×) (1) 若一元二次方程式可分解為 $(x+1)(x+2)=1$ ，則 $x+1=1$ ，
 $x+2=1$ ，所以 $x=0$ 或 -1 。

(1) 兩數相乘 = 1，除了 1×1 之外還有許多可能。

(○) (2) 若一元二次方程式的常數項為 0，則此方程式至少有一個解為 0。

(×) (3) 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 一定有兩個相異的解。

(3) 不一定，有可能重根或無解。

(×) (4) $x=1$ 是 $x^2-x+1=0$ 的解。(4) $x=1$ 代入方程式， $1^2-1+1=1 \neq 0$ 。

每格 1 分，共 6 分 每格 1 分，共 6 分

② 判別下列哪些是一元二次方程式，在 ☐ 中打「✓」。

☒ $(x+1)(x+2)=0$

☒ $\frac{1}{3}x^2=17$

☐ $2x^2-5x+3$

☐ $2x=7-x$

☒ $\frac{1}{3}x^2-4x=3$

☒ $5x^2=-x$

每格 2 分，共 12 分 每格 2 分，共 12 分

③ 在下面空格中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式。

(1) $x^2-6x+\underline{\textcolor{violet}{3}^2}=(x-\underline{\textcolor{violet}{3}})^2$

(2) $x^2-7x+\underline{\textcolor{violet}{(\frac{7}{2})^2}}=(x-\underline{\textcolor{violet}{\frac{7}{2}}})^2$

(3) $x^2-mx+\underline{\textcolor{violet}{(\frac{m}{2})^2}}=(x-\underline{\textcolor{violet}{\frac{m}{2}}})^2$

④ 方程式 $2x^2+5x+3=0$ 的公式解為 $x=\frac{-5\pm\sqrt{D}}{2\times 2}$ ，則 $D=\underline{\textcolor{violet}{1}}$ 。

令 $a=2$ ， $b=5$ ， $c=3$

判別式 $D=b^2-4ac=5^2-4\times 2\times 3=1$

綜合演練

- ① (C) 若 $x^2 + 6x + \square$ 為完全平方式，則 $\square = ?$ 3分 2分

- (A) 6 (B) -6
(C) 9 (D) -9

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

- ② (D) 若 a, b 為方程式 $(x-2)(x+5)=0$ 的兩個解，且 $a > b$ ，則 $a-b$ 的值為何？ 3分 2分

- (A) -3 (B) -7
(C) 3 (D) 7

方程式 $(x-2)(x+5)=0$ 的兩個解為 2 與 -5

又因為 $a > b$ ，所以 $a=2, b=-5$ ，故 $a-b=2-(-5)=7$

- ③ (C) 利用公式解，求 $3x^2 + 5x + 2 = 0$ 的解，則正確結果是下列哪一個？ 3分 2分

- (A) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times 5}}{2 \times 3}$ (B) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times 5}}{2 \times 2}$
(C) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 3}$ (D) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 5}$

令 $a=3, b=5, c=2$

$$\text{則 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$$

- ★④ (B) 判別一元二次方程式 $x^2 - 6x - a = 0$ 中的 a 為下列哪一個數時，可使此方程式的兩根皆為整數？ 3分 2分 類 104 會考第 14 題

- (A) 12 (B) 16
(C) 20 (D) 24

因為 $x^2 - 6x - a = 0, x^2 - 6x = a$

$$x^2 - 6x + 9 = a + 9, (x-3)^2 = a + 9$$

$a+9$ 必為完全平方數，故 $a=16$ 符合條件。

P63

5 解下列各一元二次方程式：每題 6 分，共 24 分 每題 5 分，共 20 分

(1) $x^2 - 4x - 197 = 0$

$$x^2 - 4x = 197$$

$$x^2 - 4x + 2^2 = 197 + 2^2$$

$$(x-2)^2 = 201$$

$$x-2 = \pm\sqrt{201}, x = 2 \pm \sqrt{201}$$

此方程式的解為

$$2 + \sqrt{201} \text{ 與 } 2 - \sqrt{201}。$$

(2) $x^2 + 5x + 2 = 0$

令 $a=1, b=5, c=2$ ，得

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times 2 = 17 > 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

此方程式的解為

$$\frac{-5 + \sqrt{17}}{2} \text{ 與 } \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}。$$

(3) $\frac{2}{3}x^2 + x + \frac{1}{2} = 0$

等號兩邊同乘 6 得

$$4x^2 + 6x + 3 = 0$$

令 $a=4, b=6, c=3$ ，得

$$b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 4 \times 3 = -12 < 0$$

此方程式沒有解。

(4) $(2x+1)(3x-5) = (2x+1)(x-3)$

$$(2x+1)(3x-5) - (2x+1)(x-3) = 0$$

$$(2x+1)[(3x-5) - (x-3)] = 0$$

$$(2x+1)(2x-2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 或 } x = 1$$

此方程式的解為 $-\frac{1}{2}$ 與 1。

6 有兩個連續正奇數，其平方和為 290，求此兩數。6 分 5 分

設此兩個連續正奇數為 x 與 $x+2$ ，依題意可列出方程式

$$x^2 + (x+2)^2 = 290, x^2 + x^2 + 4x + 4 = 290, 2x^2 + 4x - 286 = 0$$

$$x^2 + 2x - 143 = 0, (x-11)(x+13) = 0$$

$$x-11=0 \text{ 或 } x+13=0, x=11 \text{ 或 } x=-13 \text{ (不合)}$$

故此兩數為 $x=11, x+2=13$

答：11、13。

6 分 5 分

7 已知一元二次方程式 $ax^2 + 7x + 2 = 0$ 有兩個相異的解，求 a 的最大整數值。

$ax^2 + 7x + 2 = 0$ 有兩個相異的解，

表示其判別式大於 0，

$$\text{令 } b=7, c=2, b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot a \cdot 2 > 0$$

$$8a < 49$$

$$a < 6\frac{1}{8}$$

故 a 的最大整數值為 6。

答：6。

P64

- 8 翰翰與小銘兩人捐款，翰翰捐的錢數是小銘的 4 倍還多 2 元。如果翰翰再多捐 30 元，則翰翰捐的錢數恰好是小銘的平方，則小銘捐了多少元？ **8 分 6 分**

設小銘捐 x 元，則翰翰捐 $(4x+2)$ 元。

依題意可列出方程式 $(4x+2) + 30 = x^2$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$(x-8)(x+4) = 0$$

$$x-8=0 \text{ 或 } x+4=0$$

$$x=8 \text{ 或 } x=-4 \text{ (不合)}$$

故小銘捐了 8 元。

$$\begin{array}{r} x \quad -8 \\ x \quad +4 \\ \hline -8x + 4x = -4x \end{array}$$

答：8 元。

- 9 若一元二次方程式 $a(x+b)^2 = 5$ 的兩根為 $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ，其中 a 、 b 為正數，求 a 、 b 的值。 **8 分 6 分**

$$\text{設 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$2x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$2x+1 = \pm \sqrt{5}$$

$$(2x+1)^2 = 5$$

$$4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 5$$

$$\text{比較係數得 } a=4, b=\frac{1}{2}。$$

答： $a=4, b=\frac{1}{2}。$

- 10 如圖，用 1 個長方形 $EFCD$ 和 4 個相同大小的正方形，可以拼成長方形 $ABCD$ ，其長度滿足 $\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}}$ 。若 $\overline{DE} = 1$ ，小正方形的邊長為 x ，求 x 。 **8 分 6 分**

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}}, \frac{2x+1}{2x} = \frac{2x}{1}$$

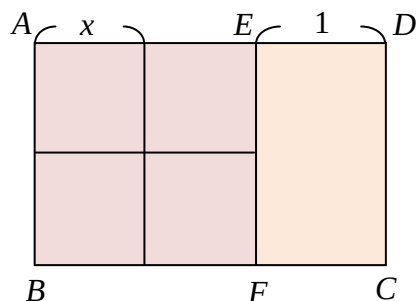
$$2x+1=4x^2, 4x^2-2x-1=0$$

$$\text{令 } a=4, b=-2, c=-1, \text{ 得}$$

$$b^2-4ac = (-2)^2 - 4 \times 4 \times (-1) = 20 > 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4} \text{ (負不合)}$$

$$\text{故小正方形邊長為 } \frac{1+\sqrt{5}}{4}。$$



答： $\frac{1+\sqrt{5}}{4}。$

5 統計資料處理

配分說明： ■ = 暖身題 + 基礎題；

暖身題

■ = 暖身題 + 基礎題 + 精熟題 + 數學閱讀

- ① 各組資料的次數與全部資料次數的比值用百分比表示，所得到的統計表稱為相對次數分配表。

每格 2 分，共 12 分 ■ 每格 1 分，共 6 分

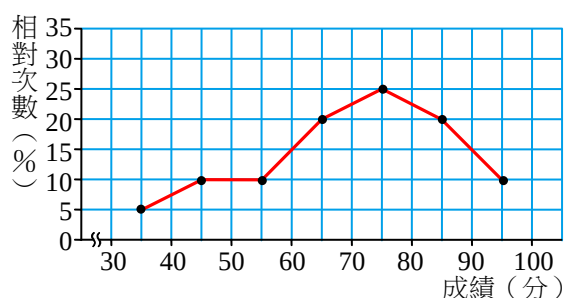
右表是宏澤班上同學體重的相對次數分配表，在空格中填入適當的數。

體重（公斤）	次數（人）	相對次數（%）
40~50	5	20
50~60	8	32
60~70	10	40
70~80	2	8
合計	25	100

- ② 由相對次數分配折線圖可知各組相對次數，並可由總次數求出各組次數。

每格 2 分，共 6 分 ■ 每格 1 分，共 3 分

右圖是八年一班第一次段考自然科成績的相對次數分配折線圖，八年一班學生共 20 人，則人數最多位於 70~80 分這一組，有 $20 \times \underline{25\%} = \underline{5}$ 人。

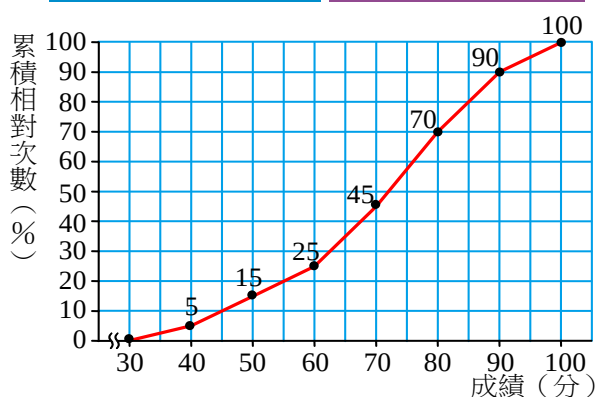


- ③ 由累積相對次數分配折線圖，可求出某一組以上或以下的相對次數。

每格 2 分，共 12 分 ■ 每格 1 分，共 6 分

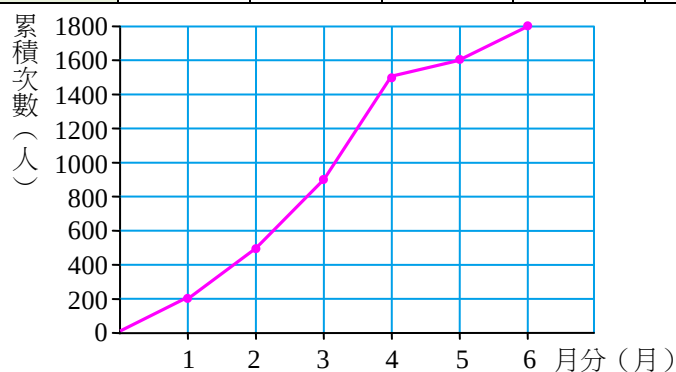
右圖是八年甲班數學成績累積相對次數分配折線圖，回答下列問題：

- (1) 成績 40~60 分的占 25 % - 5 % = 20 %。
- (2) 若全班共有 40 人，因為不及格（未滿 60 分）占 25 %，所以不及格人數有 $40 \times \underline{25\%} = \underline{10}$ 人。



- ① 阿海成立了一個海海人生的網路社團，近六個月加入社團的人數統計如下表，繪製海海人生社團近六個月的累積次數分配折線圖。

月分(月)	一月	二月	三月	四月	五月	六月
加入社團人數(人)	200	300	400	600	100	200



- ② 某球隊壘球擲遠，其次數分配如下表，回答下列問題：

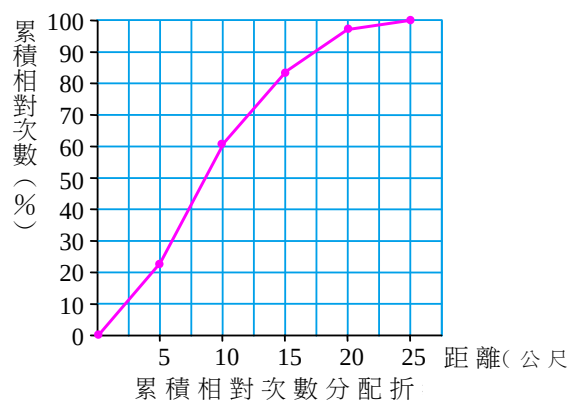
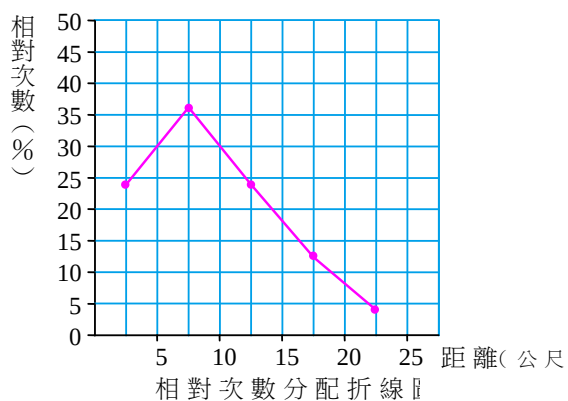
每格 2 分，共 20 分 每格 1 分，共 10 分 課 P199~207 隨堂

- (1) 製作該隊擲遠的累積相對次數分配表：

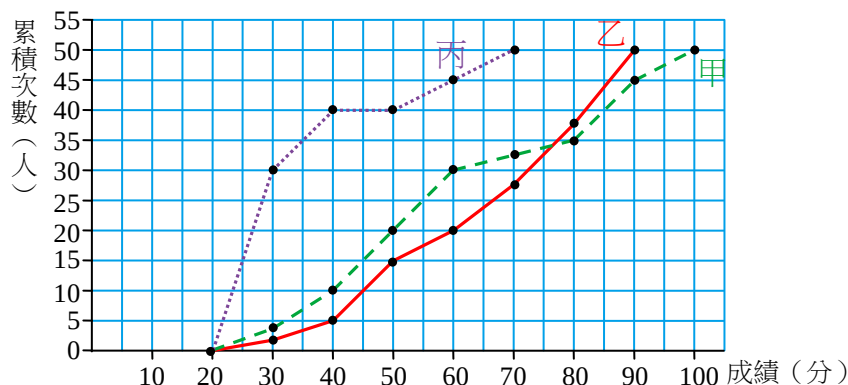
距離(公尺)	次數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
0~5	6	24	24
5~10	9	36	60
10~15	6	24	84
15~20	3	12	96
20~25	1	4	100
合 計	25	100	

10分 10分

- (2) 繪製該隊擲遠的相對次數分配折線圖及累積相對次數分配折線圖：

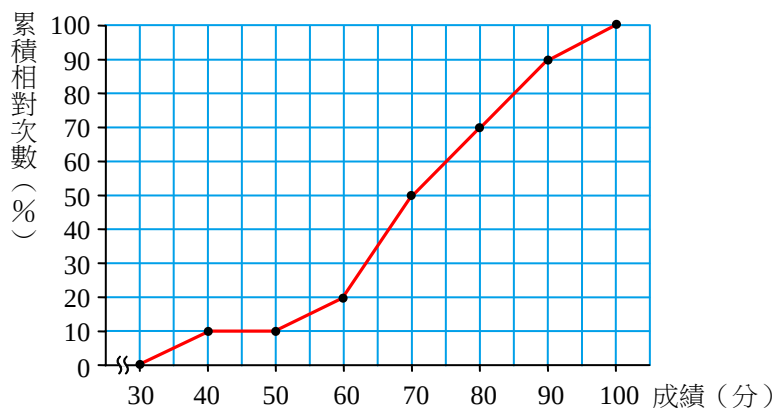


- ③ 甲、乙、丙三校各有 50 位同學，參加數學能力檢定的累積次數分配折線圖如下，回答下列問題：



- (1) 哪一校的及格人數最多？ 答： 乙校 。
- (2) 哪一校的平均分數最低？ 答： 丙校 。
- (3) 哪一校 80 分以上（含 80 分）的人數最多？ 答： 甲校 。
- (4) 此次檢定的最高分出現在哪一校？ 答： 甲校 。

- ④ 大禮國中共有學生 800 人，下圖為英文檢定成績的累積相對次數分配折線圖，回答下列問題： 每題 5 分，共 15 分 每題 2 分，共 6 分 課 P208 例 3



- (1) 成績 80 分以上（含 80 分）的學生占全校的百分比為 30 %。
- (2) 不及格（未達 60 分）的學生共有 160 人。
- (3) 成績 70~90 分的學生共有 320 人。
- (1) $100\% - 70\% = 30\%$ 。
- (2) $800 \times 20\% = 160$ (人)。
- (3) $800 \times (90\% - 50\%) = 320$ (人)。

