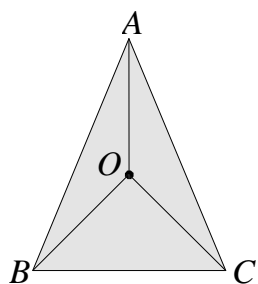


# 臺北市立興雅國民中學 110 學年度第一學期九年級數學科第三次定期評量試題卷

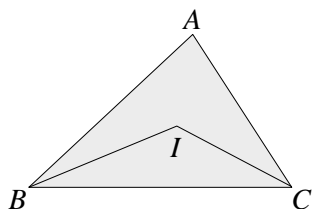
班級： 座號： 姓名：

一、選擇題：每題 3 分，共 84 分

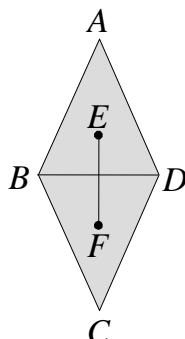
- ( ) 1. 下列描述那一個錯誤？ (A) 三角形的內心必在三角形內部 (B) 三角形的三中線將三角形的面積六等分  
(C) 三角形的外心到三角形的三頂點等距離 (D) 三角形的外心必在三角形內部。
- ( ) 2. 下列描述那一個錯誤？ (A) 奇數的平方被 4 除後餘數必為 1 (B) 任意兩個奇數的平方和是偶數  
(C) 三個連續整數的和必為偶數 (D) 任意兩個奇數相加的和是偶數。
- ( ) 3. 已知  $a$  是整數，判斷下列各式所代表的數何者一定是偶數？  
(A)  $3a+2$  (B)  $2(2a-1)$  (C)  $a+1$  (D)  $a+2$ 。
- ( ) 4. 已知： $\angle A$ 、 $\angle B$  的兩邊，一邊平行另一邊垂直，若  $\angle A=60^\circ$ ，則  $\angle B=$ ？  
(A)  $60^\circ$  (B)  $30^\circ$  (C)  $60^\circ$  或  $120^\circ$  (D)  $30^\circ$  或  $150^\circ$ 。
- ( ) 5. 如下圖(一)，等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=\overline{AC}=25$ 、 $\overline{BC}=14$ ，若  $O$  點為 $\triangle ABC$  的外心，則  $\overline{AO}$  的長度為多少  
(A)  $\frac{527}{24}$  (B) 12 (C) 16 (D)  $\frac{625}{48}$ 。
- ( ) 6. 如下圖(二)，在 $\triangle ABC$  中， $I$  點為內心，若  $\angle A=70^\circ$ ，則  $\angle BIC$  的度數為何？  
(A)  $125^\circ$  (B)  $140^\circ$  (C)  $110^\circ$  (D)  $155^\circ$ 。
- ( ) 7. 如下圖(三)，菱形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  兩點分別為 $\triangle ABD$  及 $\triangle CBD$  的重心，若菱形  $ABCD$  的面積 $=60$ 、 $\overline{BD}=8$ ，則  $\overline{EF}$  為多少？  
(A) 5 (B) 7.5 (C) 10 (D) 15
- ( ) 8. 如下圖(四)，已知  $F$  點為鈍角三角形  $ABC$  的外心，四邊形  $CDEF$  為正方形，其中  $D$ 、 $E$  兩點皆在三角形外部。若  $\overline{BC}=10$ ， $\overline{CD}=6$ ，則三角形  $ABC$  的外接圓半徑是多少？ (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8。



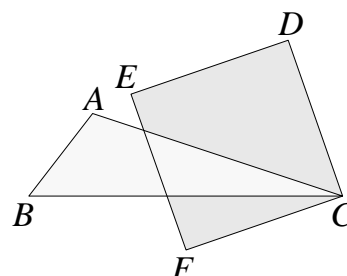
圖(一)



圖(二)

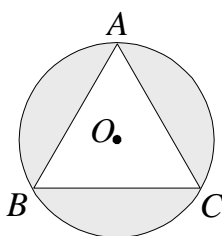


圖(三)

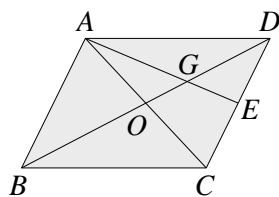


圖(四)

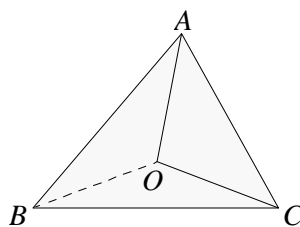
- ( ) 9. 如下圖(五)， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$  為圓  $O$  內等長的弦，若圓  $O$  的直徑為 8，則 $\triangle ABC$  面積為何？  
(A)  $4\sqrt{3}$  (B)  $16\sqrt{3}$  (C)  $9\sqrt{3}$  (D)  $12\sqrt{3}$ 。
- ( ) 10. 如下圖(六)，四邊形  $ABCD$  為平行四邊形，兩對角線  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  相交於  $O$  點， $E$  為  $\overline{CD}$  的中點， $\overline{AE}$  與  $\overline{BD}$  相交於  $G$  點。若 $\triangle GDE$  的面積為 5，則四邊形  $CEGO$  的面積為何？ (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 30。
- ( ) 11. 如下圖(七)，在 $\triangle ABC$  中， $O$  點為外心，若  $\angle ABO=25^\circ$ ，則  $\angle ACB$  的度數為何？  
(A)  $50^\circ$  (B)  $65^\circ$  (C)  $80^\circ$  (D)  $130^\circ$ 。
- ( ) 12. 如下圖(八)， $G$  點為等腰 $\triangle ABC$  的重心， $\overline{AG}$  交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，若  $\overline{AB}=\overline{AC}=25$ 、 $\overline{BC}=30$ ，則 $\triangle BGD$  的面積=  
(A) 50 (B) 60 (C) 100 (D) 300。



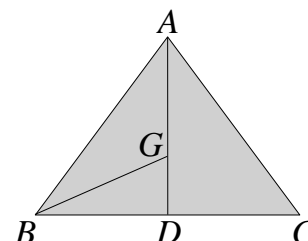
(圖五)



圖(六)

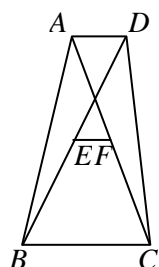


圖(七)

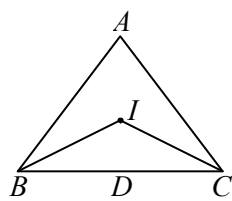


圖(八)

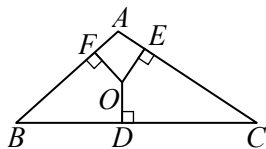
- ( )13. 已知 $\triangle ABC$ 的三內角平分線交於 $R$ 點，則關於 $R$ 點的敘述，下列何者正確？  
 (A) $R$ 點是 $\triangle ABC$ 的內心 (B) $R$ 點是 $\triangle ABC$ 的外心  
 (C) $R$ 點是 $\triangle ABC$ 的重心 (D) $R$ 點不是 $\triangle ABC$ 的內心，也不是外心或重心
- ( )14. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=30^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ， $\overline{AC}=12$ 公分，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積為多少平方公分？  
 (A) $72\pi$  (B) $96\pi$  (C) $144\pi$  (D) $256\pi$
- ( )15. 已知 $\triangle ABC$ 的面積為 $96$ 平方公分，且三邊長分別為 $22$ 公分、 $18$ 公分、 $8$ 公分，則內切圓半徑為多少公分？  
 (A) $3$  (B) $4$  (C) $5$  (D) $6$
- ( )16. 如圖(九)，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $E$ 、 $F$ 分別為 $\overline{BD}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，若 $\overline{EF}=6$ ，且梯形的兩腰中點連線段長為 $12$ ，則 $\overline{BC}=?$  (A) $15$  (B) $16$  (C) $17$  (D) $18$
- ( )17. 如圖(十)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=\overline{AC}=15$ ， $\overline{BC}=18$ ，若 $I$ 為 $\triangle ABC$ 的內心，則 $\triangle BIC$ 的面積為多少？  
 (A) $\frac{85}{2}$  (B) $\frac{83}{2}$  (C) $\frac{81}{2}$  (D) $\frac{77}{2}$
- ( )18. 如圖(十一)， $O$ 點為 $\triangle ABC$ 內部一點， $\overline{OD}$ 、 $\overline{OE}$ 、 $\overline{OF}$ 分別垂直 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 於 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。若 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}=3$ ，且 $\overline{AF}+\overline{BD}+\overline{CE}=20$ 公分，則 $\triangle ABC$ 的面積為多少平方公分？  
 (A) $60$  (B) $70$  (C) $80$  (D) $90$
- ( )19. 如圖(十二)， $\angle ACB=90^\circ$ ， $M$ 、 $N$ 分別為 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 的中點， $\overline{AM}$ 與 $\overline{BN}$ 相交於 $O$ 點，若 $\overline{AC}=12$ ， $\overline{BC}=9$ ，則 $\overline{ON}=?$  (A) $5$  (B) $\sqrt{13}$  (C) $3\sqrt{13}$  (D) $10$
- ( )20. 如圖(十三)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 為兩中線， $\overline{BE} \perp \overline{CF}$ ，若 $\overline{BE}=15$ 公分， $\overline{CF}=9$ 公分，則 $\triangle ABC$ 的面積為多少平方公分？ (A) $72$  (B) $84$  (C) $90$  (D) $92$



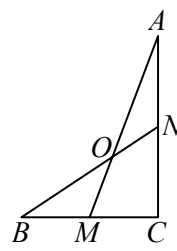
圖(九)



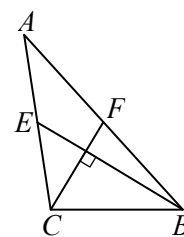
圖(十)



圖(十一)

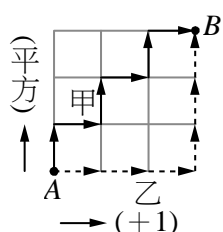


圖(十二)



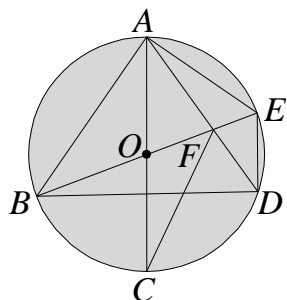
圖(十三)

- ( )21. 一直角三角形中的內切圓半徑為 $4$ ，外接圓的半徑為 $13$ ，則此三角形的面積為多少？  
 (A) $60$  (B) $80$  (C) $100$  (D) $120$
- ( )22. 坐標平面上，有 $A(1, 1)$ 、 $B(5, 1)$ 、 $C(1, 4)$ 三點，則 $\triangle ABC$ 的內心坐標為何？  
 (A) $(1, 1)$  (B) $(2, 2)$  (C) $(3, 3)$  (D) $(4, 4)$
- ( )23. 下圖為一個 $3 \times 3$ 的方格，行進的規則為：任何一個正整數由 $A$ 點出發，每次只能向右或向上前進一格，向右一格則數字加 $1$ ，向上一格則數字平方。若有一奇數由 $A$ 點出發，則經由甲、乙兩種方式到達 $B$ 點後，所得到的數字為偶數或奇數呢？

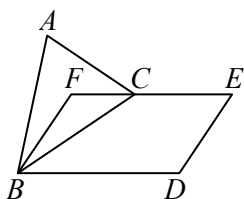


- (A)都是偶數 (B)都是奇數  
 (C)甲為偶數，乙為奇數 (D)甲為奇數，乙為偶數

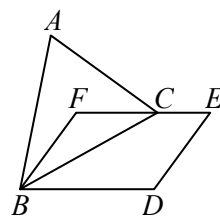
- ( )24. 如下圖(十四)，圓  $O$  中有多個三角形，則  $O$  點不是下列哪一個三角形的外心？  
 (A) $\triangle ABE$  (B) $\triangle ACF$   
 (C) $\triangle ABD$  (D) $\triangle ADE$
- ( )25. 如圖(十五)，四邊形  $BDEF$  為一平行四邊形， $C$  為  $\overline{EF}$  上一點，且  $F$  為  $\triangle ABC$  的內心。若  $\angle E = 54^\circ$ ， $\angle BCE = 148^\circ$ ，則  $\angle ABC$  的度數為何？  
 (A) $44^\circ$  (B) $54^\circ$  (C) $56^\circ$  (D) $68^\circ$
- ( )26. 如圖(十六)，四邊形  $BDEF$  為一平行四邊形， $C$  為  $\overline{EF}$  上一點，且  $F$  為等腰  $\triangle ABC$  的重心，其中  $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。若  $\triangle ABC$  中  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上兩中線長的和為 24，且  $\overline{CE} = 5$ ，則四邊形  $BDEF$  的周長為何？  
 (A)52 (B)48 (C)46 (D)42



圖(十四)



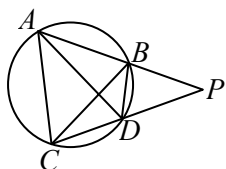
圖(十五)



圖(十六)

- ( )27. 有一數學命題如下：

『如圖，圓內兩弦  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  的延長線交於圓外一點  $P$ ，試證  $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 』



下面是甲、乙兩人對此命題的證明：

(甲)： $\because$  四邊形  $ABDC$  是圓內接四邊形， $\therefore \angle PBD = \angle ACP$

又  $\angle P = \angle P$ ， $\therefore \triangle PBD \sim \triangle PCA$  (AA 相似)

$$\therefore \overline{PB} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA} \Rightarrow \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

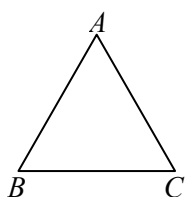
(乙)： $\because \angle PAD = \angle PCB$  是對同弧的圓周角， $\therefore \angle PAD = \angle PCB$

又  $\angle P = \angle P$ ， $\therefore \triangle PAD \sim \triangle PCB$  (AA 相似)

$$\therefore \overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

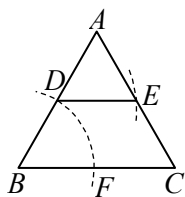
對於兩人的證明，下列敘述何者正確？

- (A)兩人皆正確 (B)兩人皆錯誤  
 (C)甲正確，乙錯誤 (D)甲錯誤，乙正確
- ( )28. 如圖(a)， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，今欲在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上各取一點  $D$ 、 $E$ ，使得  $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ ，甲、乙兩人作法如下：



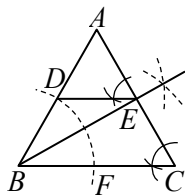
圖(a)

甲：以  $B$  為圓心畫弧，交  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  於  $D$ 、 $F$ ，再以  $D$  為圓心， $\overline{BD}$  為半徑畫弧，交  $\overline{AC}$  於  $E$ ，即為所求，如圖(b)



圖(b)

乙：作  $\angle B$  的角平分線交  $\overline{AC}$  於  $E$ ，過  $E$  點作  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  交  $\overline{AB}$  於  $D$ ，即為所求，如圖(c)



圖(c)

就上述甲、乙的作法，下列敘述何者正確？

- (A)甲、乙皆正確                      (B)甲、乙皆錯誤  
(C)甲正確，乙錯誤                      (D)甲錯誤，乙正確

二、計算題：第 1 題 4 分，第 2、3 題每題 6 分，共 16 分

1. 在空格內填入適當的答案。

已知：如下圖，等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $D$ 、 $E$ 分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的中點。

求證： $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。

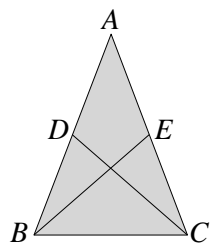
證明：

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \text{_____ (已知)} \\ \text{_____ (共用角)} \\ \text{_____} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$  (\_\_\_\_\_ 全等性質)，

故  $\overline{BE} = \overline{CD}$  (對應邊相等)。



2. 若  $a$ 、 $b$  都為正數，試證明：

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) > \sqrt{a+b}$$

3. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AD}$  為  $\angle BAC$  的角平分線， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ，則：

(1) 請說明  $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 。

(2) 若  $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 6$ ，則  $\overline{BD} = ?$

